

XV Congreso Argentino de Acústica, AdAA 2017

Bahía Blanca, 23 y 24 de noviembre de 2017

AdAA2017-11

Análisis Armónico de una Guía de Onda Acústica

Diego Martín Tuozzo ^(a), Tomás Echarri ^(b)

- (a) Laboratorio de Acústica y Luminotecnia, Comisión de Investigaciones Científicas, Camino Centenario y Calle 506, (CP 1897) Gonnet, Provincia de Buenos Aires, Argentina. Email: martintuozzo@hotmail.com
- (b) UIDT IAME, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata, Calle 1 y 47, (CP 1900) La Plata, Provincia de Buenos Aires, Argentina. E-mail: tomas.echarri@ing.unlp.edu.ar

Abstract

An acoustic wave guide is a device that allows controlling the directivity of a sound source in a proportional way with respect to the frequency in a plane, whereas in the perpendicular plane behaves similarly to a constant directivity horn. The great advantage of these devices is that it allows to configure high overlapping arrangements, that is, with a large number of elements and little angular distance between them. In the present work the performance of a proprietary design is analyzed by time-harmonic simulations using the finite element method. The results for three-dimensional model is presented.

Resumen

Una guía de onda acústica es un dispositivo que permite controlar la directividad de una fuente sonora de manera proporcional respecto a la frecuencia en un plano, mientras que en el plano perpendicular se comporta de manera similar a una bocina de directividad constante. La gran ventaja de estos dispositivos radica en que permite configurar arreglos de alto solapado, es decir, con una gran cantidad de elementos y poca separación angular entre ellos. En el presente trabajo se analiza el desempeño de un diseño propietario mediante simulaciones armónicas en el tiempo utilizando el método del elemento finito. Se presentan los resultados correspondientes a un modelo tridimensional.

1 Introducción

Durante las últimas décadas se ha incrementado el número de sistemas de altavoces para aplicaciones profesionales de audio diseñados bajo la configuración de arreglo lineal (*line array*).

Estos sistemas constan, generalmente, de módulos que poseen un panel frontal en cuya parte central se ubica la unidad de alta frecuencia (HF) compuesta por uno o más motores de compresión (*driver/s*), capaces de reproducir frecuencias que van de 1 a 20 kHz, acoplado/s a una guía de onda. Este dispositivo de haz convergente geoméricamente posee el alto de un módulo del arreglo lineal, de modo que cuando estos son ensamblados para constituir un sistema completo el resultado es una disposición lineal de fuentes aproximadamente continua.

Cada fuente de HF debe cumplir con los criterios precisos para que el sistema se comporte como predice la teoría de las fuentes de línea. El criterio más importante es la coherencia de fase: el frente de onda (de sonido) a la salida de la guía de onda debe ser plano (isofásico) hasta la frecuencia más alta de interés. Para esto la máxima curvatura permitida del frente en campo cercano es un cuarto de la longitud de onda de la máxima frecuencia a reproducir por el dispositivo, es decir, 90° o $\pi/2$ radianes.

La respuesta de este dispositivo puede aproximarse a la directividad que generaría una línea recta de n fuentes de directividad proporcional. Para un arreglo de este tipo, a medida que aumentamos la frecuencia, la cobertura se estrecha. Para establecer una proporción, podemos decir que a medida que doblamos la frecuencia, la cobertura del arreglo de n fuentes se estrecha a la mitad. Existe una frecuencia fundamental, que corresponde a la longitud del arreglo (n veces el tamaño de cada fuente), que posee una cobertura de 76° . La distancia entre centro de cada fuente establece la frecuencia límite en la cual el arreglo sufre una ruptura del patrón denominado colapso lateral. En ese caso, la mayor cantidad de energía se irradia hacia los laterales del arreglo. Esto sucede porque al llegar a esa frecuencia la línea pierde el control de la directividad del arreglo y todas las fuentes llegan al mismo tiempo a las posiciones de 90° y 270° generando suma constructiva en dichos puntos. Esto nos ayuda a determinar un rango de frecuencias donde el dispositivo es capaz de controlar la directividad del frente de onda. De cierto modo, el colapso lateral nos informa la frecuencia límite superior y la longitud del arreglo determina la mínima frecuencia a reproducir por el dispositivo (frecuencia fundamental) y la cobertura que es posible obtener a la frecuencia límite superior.

2 Guía de onda acústica

Una guía de onda es un dispositivo técnico que permite controlar la directividad de una fuente sonora de manera proporcional respecto a la frecuencia en su plano vertical. En el plano horizontal se comporta de manera muy similar a una bocina de directividad constante.

La gran ventaja de estos dispositivos radica en que permite configurar arreglos de alto solapado, es decir, arreglos con gran cantidad de elementos y poca separación angular entre ellos [8]. Esto trae aparejado un acoplamiento muy eficaz entre fuentes a alta frecuencia (de 10kHz a 16kHz de manera general), con gran control direccional y baja interferencia destructiva entre los frentes de ondas del espectro de frecuencias (nuevamente, de manera especial, a alta frecuencia). Esto es posible gracias a su principio de funcionamiento el cual radica en minimizar la distancia entre transductores y prevenir la interferencia acústica por separación física (distancia entre elementos).

Cabe mencionar que la directividad en el caso de una guía de onda sería útil dentro del rango de frecuencias de reproducción del motor de compresión (generalmente de 1kHz a 16kHz). Para frecuencias menores a 1kHz, la longitud de onda supera generalmente el tamaño

físico de este dispositivo y su haz se vuelve omnidireccional. Además, como la guía de onda no es ideal, comienzan a tomar importancia otros fenómenos como el de re-irradiación del frente de onda emitido por el mismo dispositivo. Esto acentúa la interferencia destructiva y el *ripple* en la función de transferencia del dispositivo.

Con el paso del tiempo los diferentes fabricantes de sistemas de refuerzo sonoro han propuesto cada uno una geometría diferente para dar respuesta al problema de la directividad con las guías de onda. Independientemente de la geometría elegida, el principio de funcionamiento de la solución es único: controlar la evolución del frente de onda desde la garganta de la guía de onda hasta el perfil seccional elegido a la salida para reducir las diferencias de camino existentes y en consecuencia igualar los tiempos de arribo en la boca de la guía de onda. El producto es un frente de onda plano (isofásico) en el rango útil del motor de compresión.

En el presente trabajo se presenta el análisis armónico de la guía de onda acústica H614 cuya geometría exterior e interior se puede observar en la figura 1. Las especificaciones generales del dispositivo se presentan en la tabla 1.

Tabla 1. Especificaciones generales de la guía de onda H614.

Diámetro de la garganta	36mm
Sección de salida	154×26
Angulo de cobertura horizontal	120
Frecuencia de corte	800Hz
Dimensiones exteriores	163×130×180



Figura 1. Geometría de la guía de onda H614. Exterior (izq.) e interior (der.).

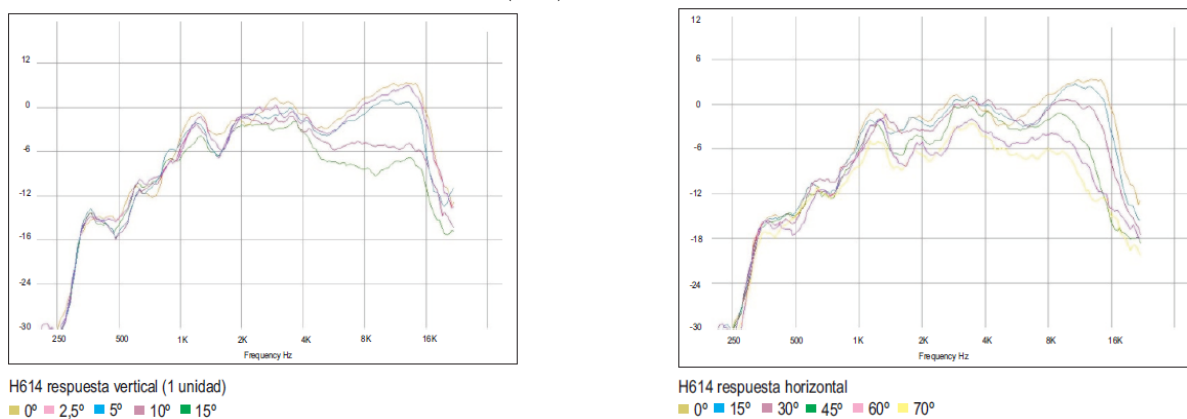


Figura 2. Respuesta en magnitud de la guía de onda H614.

3 Ecuación de Onda Acústica

Desde el punto de vista teórico el estudio de la propagación de ondas en un medio homogéneo \mathcal{B} , se reduce a la determinación de un campo vectorial $u_i(t, x_j)$ representando el desplazamiento infinitesimal de un punto $x_j \in \mathcal{B}$ que conserva la cantidad de movimiento lineal y angular respectivamente:

$$\begin{aligned}\rho \ddot{u}_i &= \sigma_{ij,j}, \\ \sigma_{ij} &= \sigma_{ji}.\end{aligned}$$

Donde ρ es la densidad de masa del medio, \ddot{u}_i es el vector aceleración y σ_{ij} es el tensor tensión. En el caso de un fluido acústico el tensor tensión queda completamente definido a partir de la presión p , dado que no posee parte desviadora:

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij},$$

Por lo que la ecuación de *Cauchy* toma la forma de *Euler*:

$$\rho \ddot{u}_i = -p_{,i},$$

en palabras, el cambio de la cantidad de movimiento se opone al gradiente de presión.

Por otra parte haciendo uso de la ecuación de continuidad, conservación de la masa, es posible relacionar la densidad y la velocidad:

$$\dot{\rho} + \rho \dot{u}_{i,i} = 0.$$

En la ecuación constitutiva del fluido acústico ideal la relación entre presión y densidad es lineal y coincide con el modelo de gas ideal

$$p = c^2 \rho,$$

donde $c = \sqrt{B/\rho_0}$ es la velocidad del sonido, función del módulo de elasticidad volumétrico B y la densidad no perturbada ρ_0 . En el caso límite de un proceso adiabático $B = \gamma p_0$, siendo $\gamma = C_p/C_v$ y p_0 la presión no perturbada.

La relación entre las tres funciones incógnitas es evidente, tomando la divergencia de la ecuación de movimiento en la forma de *Euler*, derivando respecto del tiempo tanto la ecuación constitutiva (dos veces) como de continuidad y operando para retener p , se obtiene la ecuación de onda para el fluido acústico ideal

$$c^2 p_{,ii} = \ddot{p}.$$

Asumiendo una variación armónica en el tiempo para la presión $p = \hat{p} \exp(i\omega t)$ con frecuencia angular ω , se obtiene la ecuación de *Helmholtz* (no disipativa) homogénea

$$c^2 p_{,ii} + \omega^2 p = 0.$$

4 Formulación de Elementos finitos

Para la solución de la ecuación de onda acústica en el marco del método de los elementos finitos en la formulación de *Galerkin* debe transformarse el problema diferencial o fuerte en uno integral o débil. La forma débil se obtiene multiplicando la ecuación de *Helmholtz* por un campo de presión virtual $\delta p(t, x)$ y aplicando el teorema de la divergencia

$$\delta \mathcal{F}[p] = \int_{\mathcal{B}} (\delta p_{,i} p_{,i} - \delta p k^2 p) dV - \int_{\partial_e \mathcal{B}} \delta p p_{,i} n_i dS,$$

donde $k = \omega/c$. Entonces si una función p satisface $\delta \mathcal{F}[p] = 0$ para toda δp compatible con las condiciones de frontera esenciales

$$p_t = p \text{ en } \partial_e \mathcal{B},$$

dicha función es solución de la formulación fuerte del problema.

Las condiciones de frontera naturales pueden reescribirse utilizando la conservación de la cantidad de movimiento lineal

$$\rho_0 \ddot{u}_n = -n_i p_{,i} \text{ en } \partial_n \mathcal{B},$$

siendo \ddot{u}_n la componente normal de la aceleración.

En el marco del método de los elementos finitos se utiliza un subespacio de funciones para satisfacer la variación de la funcional, la presión en el dominio de un elemento de N nodos es interpolada en la forma usual según

$$p = \sum_{I=1}^N \varphi_I(x_j) P_I(t),$$

$$p_{,i} = \sum_{I=1}^N \varphi_{I,i}(x_j) P_I(t).$$

Donde φ_I y P_I son las funciones de forma y presiones nodales I -ésimas respectivamente. Luego de integrar en el dominio del elemento y aplicar las condiciones de frontera esenciales (sobre p) se obtiene la ecuación de elemento finito

$$K_{IJ} P_J + M_{IJ} \ddot{P}_J = F_I,$$

donde el vector incógnita, en el espacio de elementos finitos, agrupa las presiones nodales. Los operadores lineales de rigidez e inercia se obtienen a partir de

$$K_{IJ} = \int_{\mathcal{B}} \varphi_{I,i} \varphi_{J,i} dV,$$

$$M_{IJ} = \int_{\mathcal{B}} \varphi_I \varphi_J dV.$$

El vector de cargas nodales se calcula a partir del conocimiento de la aceleración normal en la frontera. Para una excitación armónica $\ddot{u}_n = -\omega^2 u_n$, por lo cual

$$F_I = \rho_0 \omega^2 \int_{\partial \mathcal{B}} \varphi_I u_n dS$$

4.1 Modelo de Elementos finitos

Para resolver la ecuación de *Helmholtz* en un dominio no acotado (infinito) mediante elementos finitos (u otro método) debe truncarse la malla computacional sin introducir fenómenos artificiales, en particular ondas reflejadas.

Algunos problemas están truncados naturalmente, por ejemplo los dominios periódicos que se resuelven con condiciones de frontera periódicas. Otros poseen soluciones que decaen rápidamente en el espacio, razón por la cual el truncamiento es irrelevante si la porción del dominio es lo suficientemente grande.

En cualquier otro caso el dominio debe ser truncado con criterio físico-matemático, las principales técnicas utilizadas en estas situaciones son los elementos infinitos y los *Perfectly Matched Layers (PML)*. En el primer caso se utiliza el mapeo entre el dominio físico (infinito) y el natural del elemento (finito) para resolver el problema.

Los *PML* son elementos constituidos por materiales anisótropos obtenidos artificialmente a partir de la transformación de las ecuaciones de movimiento mediante la introducción de un sistema de coordenadas x' según $x_j = \beta_{(j)}x'_j$ siendo $\beta_{(j)} = 1 - ib_{(j)}/\omega$ y b una constante de atenuación. El efecto de esta transformación es la creación de un medio absorbente (sin reflexión) para cualquier dirección a la frecuencia ω . Esta región absorbente se extiende desde la frontera de la región de propagación hasta la del dominio truncado.

El uso de elementos *PML* es particularmente útil en el análisis armónico pues es posible sintonizar el dominio absorbente a la frecuencia del análisis. Los detalles de la implementación de esta técnica exceden el alcance del presente trabajo por lo que no serán expuestos.

El modelo geométrico consta de la región interior de la guía de onda, una región de propagación del campo cercano y la región de absorción (*PML*). Debido a la simetría del problema se representa un cuarto del dominio truncado, como puede observarse en la figura 3.

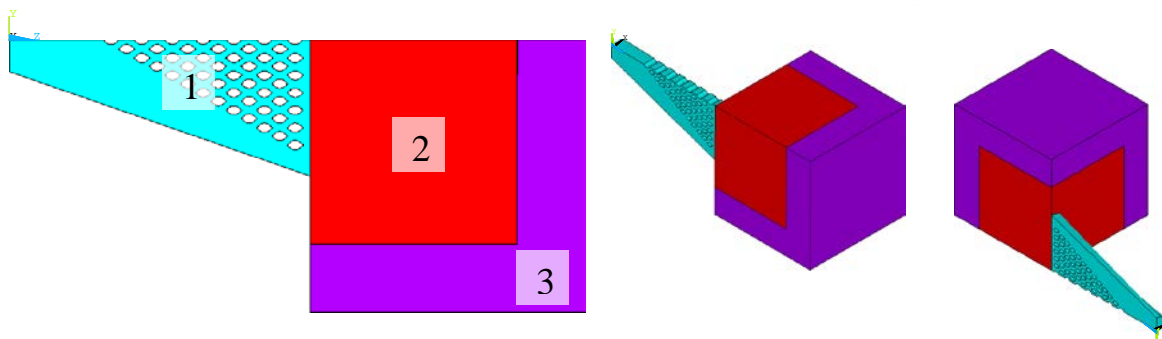


Figura 3. Modelo geométrico de la guía de onda: región interior (1), de campo cercano (2) y de absorción (3).

Las condiciones de frontera aplicadas en las superficies estructurales (superficie interior de la guía de onda) y planos de simetría (xz e yz) son naturales y homogéneas, es decir $u_n = 0$. En la superficie exterior de la zona absorbente la condición de frontera es esencial y corresponde a la presión no perturbada p_0 . La excitación del *driver* se modela como una onda armónica plana de amplitud constante.

Se utilizaron elementos acústicos y *PML* tetraédricos de segundo orden, la dimensión característica máxima de los elementos se calcula para que la discretización pueda representar la propagación de una onda con la longitud de onda crítica dentro del elemento, es decir $c/(4f_{\max})$.

Sobre el modelo descrito se realizó un análisis armónico en el tiempo de 2 a 16kHz cada 2kHz. Los resultados se presentan en el apartado siguiente.

4.2 Resultados del análisis armónico

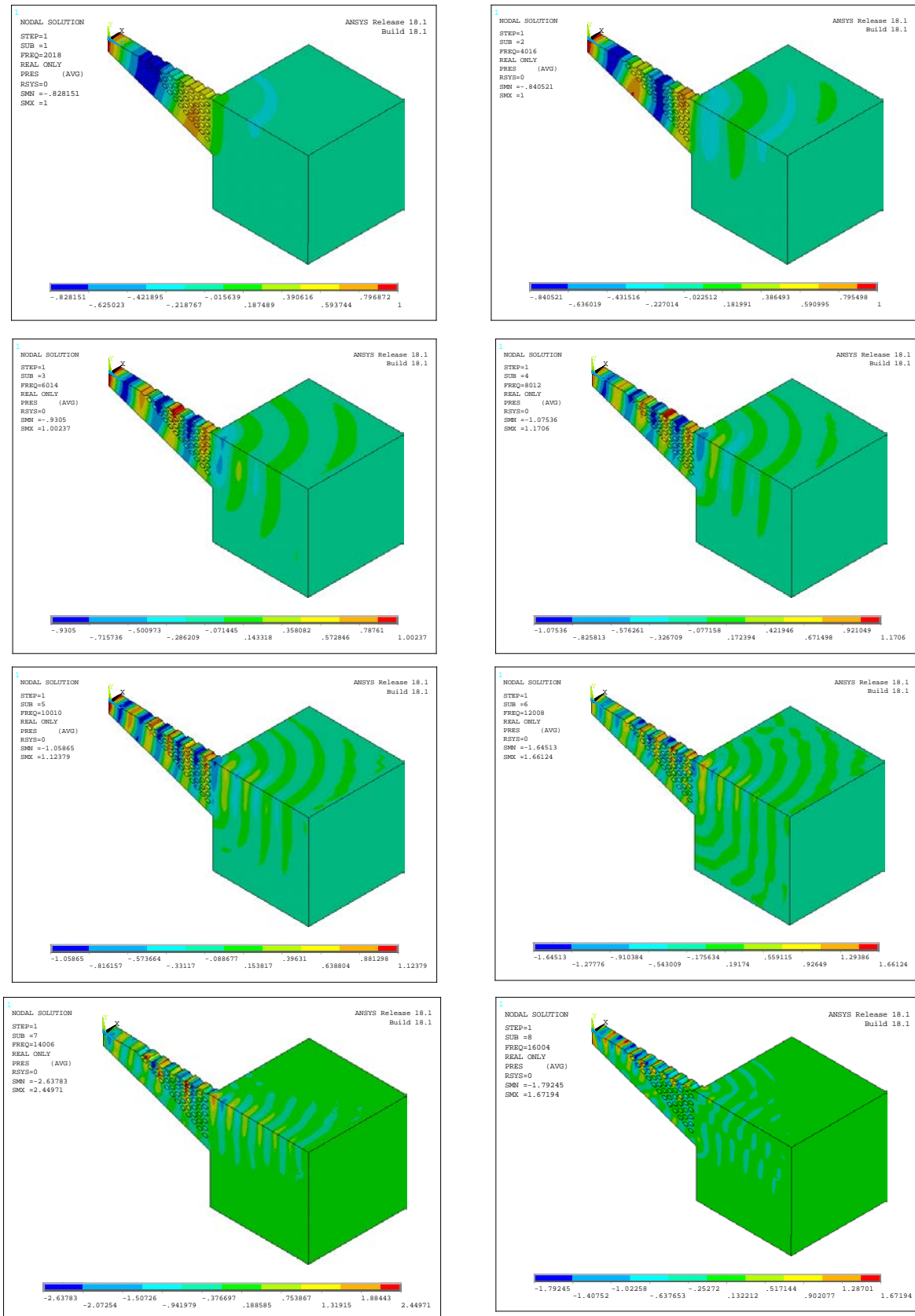


Figura 4. Presión nodal interpolada del análisis armónico de 2 a 16kHz.

5 Conclusiones

La distribución espacial de la presión puede observarse tanto en la geometría interna del dispositivo como en el campo cercano (buffer). En la geometría interna el frente de onda evoluciona desde su generación en la garganta de la guía de onda hasta la boca. En la primer zona del plano vertical el mismo posee una curvatura notoria, acentuada más aun en las bajas frecuencias del rango en análisis. A medida que evoluciona longitudinalmente sobre la geometría interna (plano vertical) su curvatura se reduce, más aun proporcionalmente en las altas frecuencias del rango hasta obtener un frente cuasi plano (8 a 14 kHz).

En la sección exterior al dispositivo, denominado campo cercano, nos permite observar con mayor claridad cómo se comporta la propagación del frente de onda (manifestado en la distribución espacial de la presión) y el comportamiento directivo del mismo en los planos verticales y horizontales en un medio infinito. Para el vertical la curvatura es menor conforme aumenta la frecuencia (proporcional) obteniéndose un frente casi plano de 8 a 14 kHz. En el plano horizontal no sucede este fenómeno, los frentes de onda son concéntricos entre sí (más aun en baja frecuencia) considerándose su curvatura prácticamente constante.

La evolución de la magnitud de la presión a medida que el frente de onda se desarrolla desde la garganta de la guía hasta el campo cercano, pasando por la boca, es decreciente, notándose los máximos de todas las frecuencias en dos zonas geométricas particulares: en las cercanías al perturbador (motor de compresión, inicio del frente de onda) y en las formas lenticulares ubicadas en el eje axisimétrico del dispositivo el cual se corresponde con el eje acústico de la guía (axis), punto de mayor presión sonora.

A los 16kHz se producen anomalías en la distribución de la presión espacial ya que se observa una ruptura de los lóbulos de presión del frente de onda en la zona cercana al eje axisimétrico (axis). Esto se puede asociar a que el dispositivo ha llegado a reproducir su frecuencia límite superior y su geometría ya no puede controlar la directividad del frente.

Referencias

- American vox. Guía de onda H614. Internet: <http://americanvox.com/product/guia-de-onda-h614-la10/#tab-id-1>
- Baranek, Leo L. (1996). "Acoustics". American Institute of Physics, New York, USA.
- Marsden, Jerrold E.; Hughes, Thomas J.R. (1993). "Mathematical Foundations of Elasticity". Dover, New York, USA.
- Bathe, Klaus J. (1996). "Finite Elements Procedures". McGraw Hill, New York, USA.
- Berenger, Jean-Pierre (1993). "A Perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic Waves". Journal of Computational Physics, 114, 185-200.