
XV Congreso Argentino de Acústica, AdAA 2017

Bahía Blanca, 23 y 24 de noviembre de 2017

AdAA2017-05

Acústica de pasillos

Federico Miyara^(a)

(a) Laboratorio de Acústica y Electroacústica, Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura, Universidad Nacional de Rosario, Riobamba 245 bis, Rosario, Argentina. E-mail: fmiyara@fceia.unr.edu.ar

Abstract

The usual analysis of the reverberant field in rectangular rooms of reasonably proportionate dimensions cannot be applied to enclosures with very different dimensions such as the case of a long corridor. In this paper, the reverberant-field parameters are obtained from the theoretical calculation of the mean free path between reflections. It is found that the reverberation time and, thus, the reverberant field level, depend significantly on the distance between the source and the receiver along the corridor. Some formulas are derived for their calculation.

Resumen

El análisis del campo reverberante en ambientes rectangulares de dimensiones proporcionadas no puede aplicarse a recintos cuyas dimensiones son muy diferentes entre sí, como es el caso de un largo pasillo. En este trabajo se determinan los parámetros del campo reverberante a partir del cálculo teórico del camino libre medio entre reflexiones. Se encuentra que el tiempo de reverberación y, por lo tanto, el nivel del campo reverberante, varían significativamente con la distancia entre la fuente y el receptor en la dirección longitudinal del pasillo, obteniéndose fórmulas para su estimación.

1 Introducción

El análisis de la acústica reverberante de un recinto requiere conocer el camino libre medio entre reflexiones (Beranek, 1996). Para un recinto de dimensiones proporcionadas, en general puede calcularse como $4V/S$, donde V es el volumen y S es el área interior. En el caso de un pasillo o corredor, una de las dimensiones es mucho mayor que las otras, y, salvo el eventual efecto del eco en los extremos del pasillo, que es de mínima importancia para la reverberación, podremos suponer que sólo hay reflexiones relevantes en las paredes laterales, el techo y el piso, lo cual implica que la anterior expresión pierde validez.

2 Cálculo del camino libre medio de un pasillo

Supondremos una fuente con coordenadas (x_F, y_F, z_F) y un receptor con coordenadas (x_R, y_R, z_R) , donde x es la coordenada transversal horizontal (abscisa); y , la coordenada vertical (ordenada); y z , la coordenada longitudinal a lo largo del pasillo, según se muestra en la figura 1.

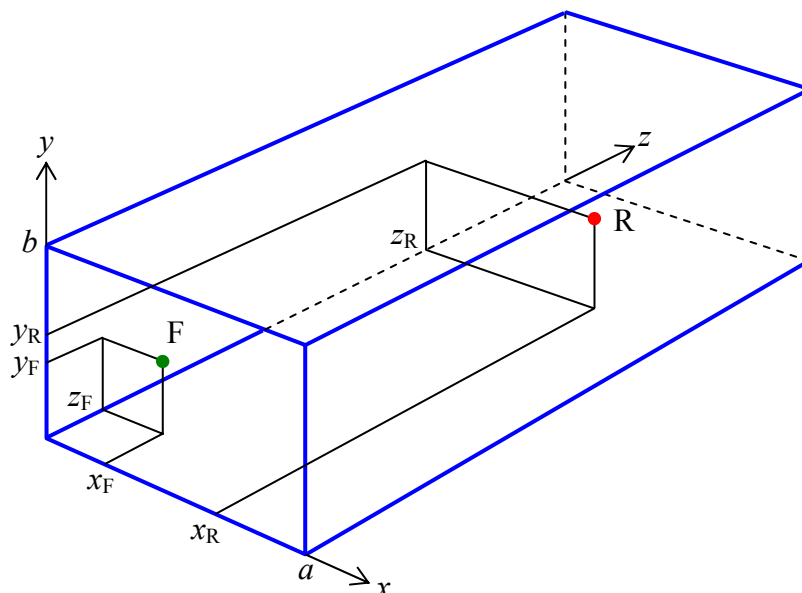


Figura 1. Una fuente F y un receptor R ubicados en un pasillo.

Para el análisis de las reflexiones el procedimiento estándar es el método de las fuentes imágenes (Kuttruff, 2000). Este procedimiento consiste en considerar una serie de recintos imágenes, cada uno de los cuales contiene una fuente imagen. El camino rectilíneo entre cada fuente imagen (o fuente virtual) y el receptor real se corresponde al camino quebrado formado por las reflexiones en las diversas superficies.

En el caso de un pasillo de longitud infinita (o suficientemente largo como para que las reflexiones en los extremos sean poco relevantes) basta con analizar el problema en dos dimensiones sobre un plano transversal, ya que por cada rayo proyectado sobre ese plano habrá uno y sólo un rayo. La situación se ilustra en la figura 2. Las coordenadas de las fuentes virtuales (ver figura 3 para el caso de las abscisas) son

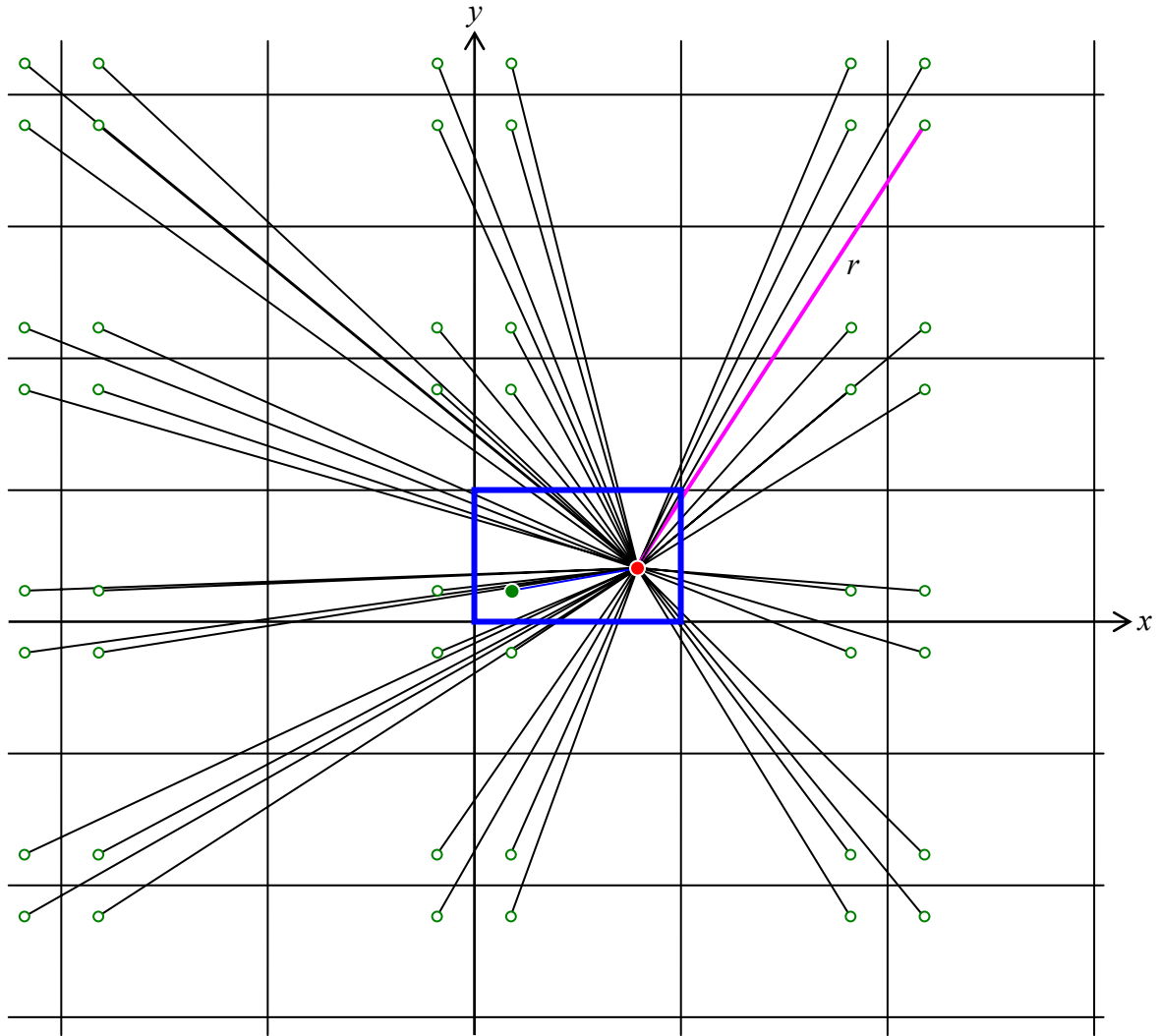


Figura 2. Obtención de las proyecciones sobre un plano transversal al pasillo de los rayos entre las fuentes virtuales y el receptor.

$$x_{F,k} = \begin{cases} x_F + ka & \text{si } k = 2m \\ -x_F + (k+1)a & \text{si } k = 2m - 1 \end{cases} \quad (1)$$

$$y_{F,h} = \begin{cases} y_F + hb & \text{si } h = 2n \\ -y_F + (h+1)b & \text{si } h = 2n - 1 \end{cases} \quad (2)$$

A fin de determinar el camino libre medio entre reflexiones tengamos en cuenta que si la longitud de un rayo proyectado sobre el plano transversal (xy) es r , entonces el camino libre medio proyectado será igual a r dividido por la cantidad de reflexiones, que es a su vez igual a la suma de la cantidad de reflexiones en planos verticales, n_a , y la cantidad de reflexiones en planos horizontales, n_b :

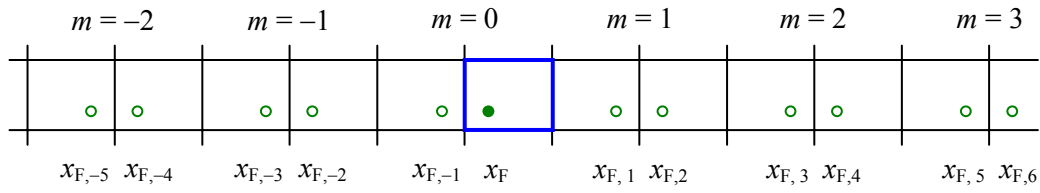


Figura 3. Abscisas de las fuentes real y virtuales (ecuación 1).

$$l_{\text{med, proy}} = \frac{r}{n_a + n_b}. \quad (3)$$

La cantidad de reflexiones en planos verticales se puede obtener dividiendo la proyección del rayo proyectado sobre el eje x por a y tomando parte entera, y análogamente para los planos horizontales (notar que partimos de un rayo proyectado primero sobre el plano xy y luego sobre los ejes x e y). Si el rayo forma un ángulo θ con el eje x , entonces

$$n_a = \left[\frac{r \cos \theta}{a} \right], \quad (4)$$

$$n_b = \left[\frac{r \sen \theta}{b} \right]. \quad (5)$$

Entonces el camino libre medio proyectado sobre el plano transversal es

$$l_{\text{med, proy}}(\theta) = \frac{r}{\left[\frac{r \cos \theta}{a} \right] + \left[\frac{r \sen \theta}{b} \right]}. \quad (6)$$

Para $r \gg a, b$ se puede aproximar

$$l_{\text{med, proy}}(\theta) \cong \frac{r}{\frac{r \cos \theta}{a} + \frac{r \sen \theta}{b}} = \frac{1}{\frac{\cos \theta}{a} + \frac{\sen \theta}{b}}. \quad (7)$$

Operando, se obtiene

$$l_{\text{med, proy}}(\theta) \cong \frac{a b}{b \cos \theta + a \sen \theta} = \frac{a b}{\sqrt{a^2 + b^2} \sen(\theta + \beta)}, \quad (8)$$

donde

$$\beta = \arctan \frac{b}{a}. \quad (9)$$

Para un r fijo y suficientemente grande podemos estimar el camino libre medio extendido a todas las direcciones θ promediando en un cuadrante:

$$l_{\text{med, proy}} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} l_{\text{med, proy}}(\theta) d\theta. \quad (10)$$

Nótese que para que esta promediación sea correcta es preciso que la distribución de los ángulos de los rayos sea uniforme, lo cual sucede para $r \rightarrow \infty$. En efecto, podemos tomar una corona circular de radios interno y externo r_1 y r_2 tales que $r_2 - r_1 \gg a, b$. Dado un sector de esa corona que subtiende un ángulo φ (ver figura 4), su área será $(r_2^2 - r_1^2) \varphi / 2$ y contendrá una cantidad de recintos imágenes igual a $(r_2^2 - r_1^2) \varphi / (2ab)$. Esta cantidad será la misma cualquiera sea la orientación del sector de corona, ya que sólo depende de la relación entre el área de la corona y el área de la proyección del recinto. Dado que hay exactamente un rayo por cada recinto imagen (ver figura 2), concluimos que la distribución angular de los rayos tiende a ser uniforme a medida que r crece.

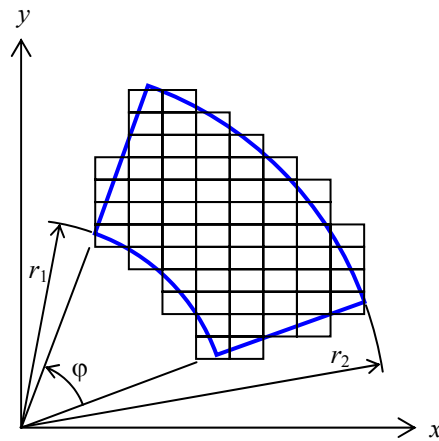


Figura 4. Un sector de corona circular sobre el plano xy contiene, en el límite para $r_1, r_2 \rightarrow \infty$, la misma cantidad de recintos imágenes cualquiera sea su orientación.

Reemplazando (8) en (10) y resolviendo la integral, resulta

$$l_{\text{med, proy}} = \frac{2}{\pi} \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}} \ln \frac{\tan\left(\frac{\beta}{2} + \frac{\pi}{4}\right)}{\tan \frac{\beta}{2}}. \quad (11)$$

Este valor es independiente de r en la medida en que r sea suficientemente grande, por lo que resulta ser el camino libre medio *projectado* entre reflexiones.

El camino libre medio *total* puede obtenerse incorporando, mediante el teorema de Pitágoras, la distancia d en la dirección longitudinal entre los planos transversales que contienen la fuente y el receptor (ver figura 1):

3 Tiempo de reverberación

Llamando w_0 a la densidad de potencia acústica (potencia por unidad de volumen) inicial, luego de una reflexión sobre una superficie con coeficiente de absorción α será¹

$$w_1 = (1 - \alpha) w_0. \quad (12)$$

Luego de n reflexiones será

$$w_n = (1 - \alpha)^n w_0. \quad (13)$$

Con referencia a la figura 5, la cantidad n de reflexiones que experimenta un rayo depende sólo de la comparación entre la proyección del rayo sobre el plano xy y el camino libre medio proyectado obtenido mediante la ecuación 11, es decir,²

$$n = \frac{r}{l_{\text{med, proy}}}. \quad (14)$$

Por otra parte, la longitud del rayo es ct , donde c es la velocidad del sonido, y constituye la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos son r y d , dado por

$$d = z_R - z_F. \quad (15)$$

Podemos, por lo tanto vincular la cantidad de reflexiones con el tiempo mediante

$$n = \frac{\sqrt{c^2 t^2 - d^2}}{l_{\text{med, proy}}}. \quad (16)$$

Entonces

$$w(t) = w_0 (1 - \alpha)^{\frac{\sqrt{c^2 t^2 - d^2}}{l_{\text{med, proy}}}}, \quad (17)$$

o bien

$$w(t) = w_0 e^{\ln(1 - \alpha) \frac{\sqrt{c^2 t^2 - d^2}}{l_{\text{med, proy}}}}. \quad (18)$$

¹ Si bien en realidad hay un factor que disminuye con el cuadrado de la distancia, ello es compensado por el crecimiento del área esférica en la cual se reparte la potencia inicial.

² Estrictamente, n sería la parte entera del segundo miembro, lo cual equivale a decir que la energía se pierde por absorción en los instantes discretos en que la onda llega a una superficie, pero para n grande es una aproximación válida.

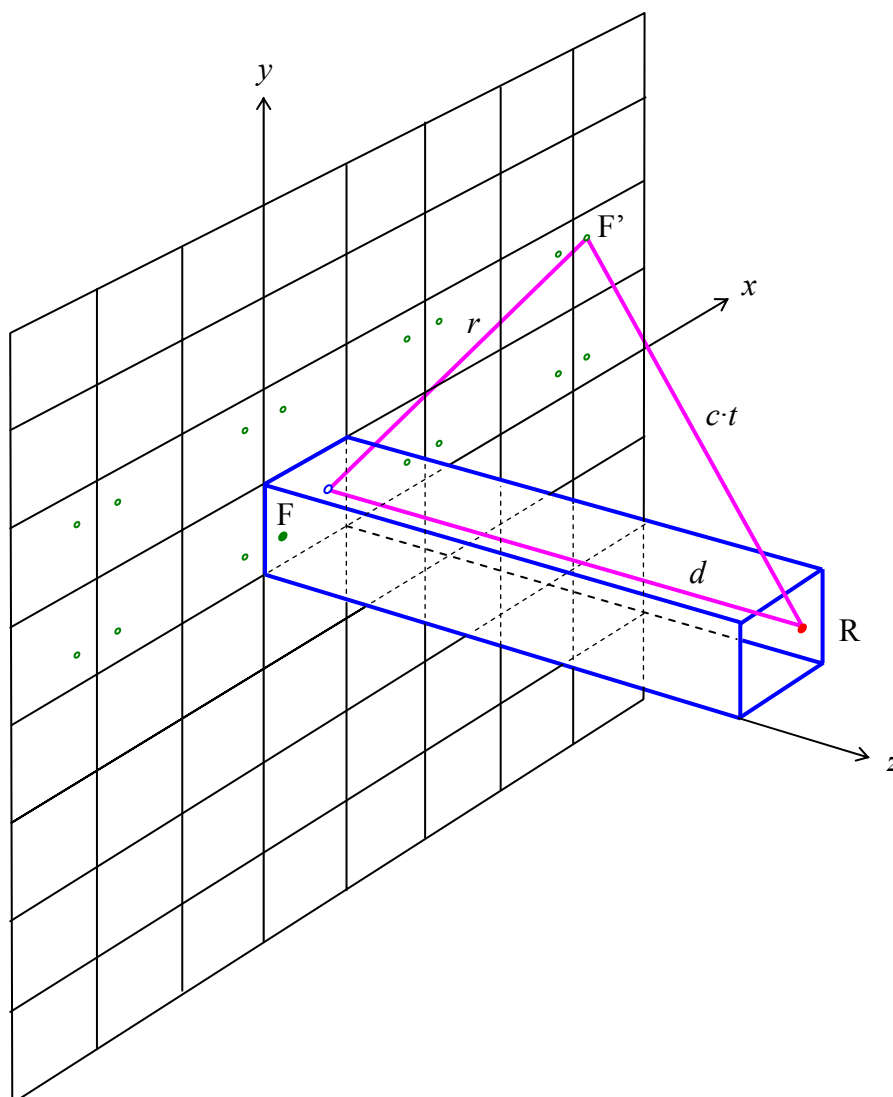


Figura 5. Un rayo entre una fuente virtual F' y el receptor R . El tiempo depende de la distancia entre F' y R , mientras que la cantidad de reflexiiones depende de la distancia entre F' y la proyección de R .

Lo primero que se observa es que, a diferencia de lo que sucede en un recinto de dimensiones proporcionadas, el decaimiento energético no es estrictamente exponencial, ya que el exponente no es lineal con el tiempo. Cuando $d=0$, es decir cuando la fuente y el receptor están sobre un mismo plano transversal (por ejemplo el plano xy), la caída es puramente exponencial. Para $d>0$, sólo cuando $t \rightarrow \infty$ la caída se regulariza al volverse d despreciable frente a ct .

Luego podemos ver que si $t < d/c$ el radicando es negativo. Ello se debe, sin embargo, a que no se ha tenido en cuenta el tiempo requerido para la llegada del sonido directo, por lo que la fórmula puede corregirse sumando dicho tiempo, que es aproximadamente igual a d/c , quedando

$$w(t) = w_0 e^{\frac{\ln(1 - \alpha) \sqrt{c^2(t + d/c)^2 - d^2}}{l_{\text{med, proy}}}} \quad (19)$$

En este caso t se interpreta como el tiempo transcurrido a partir de la llegada del primer frente de onda al punto receptor. Sin embargo, dado que normalmente d no es mayor a unas pocas decenas de metros, si no se tiene en cuenta este término el error es pequeño

A partir de la expresión anterior podemos determinar el tiempo de reverberación T teniendo en cuenta que éste corresponde a una reducción de la potencia en un factor 10^6 :

$$w(T) = w_0 e^{\frac{\ln(1 - \alpha) \sqrt{c^2(T + d/c)^2 - d^2}}{l_{\text{med, proy}}}} = 10^{-6} w_0 \quad (20)$$

Despejando T , resulta

$$T = \frac{1}{c} \sqrt{\frac{36(\ln 10)^2}{(\ln(1 - \alpha))^2} \frac{4}{\pi^2} \frac{a^2 b^2}{a^2 + b^2} \left(\ln \frac{\tan\left(\frac{\beta}{2} + \frac{\pi}{4}\right)}{\tan \frac{\beta}{2}} \right)^2 + d^2} - \frac{d}{c} \quad (21)$$

donde β está dado por la ecuación (9).

Aunque parecería que el tiempo de reverberación en un pasillo depende la distancia d entre los planos transversales de la fuente y el receptor, en la práctica el factor $36(\ln 10 / \ln(1 - \alpha))^2$ es muy grande y el primer término dentro de la raíz predomina ampliamente, por lo que podemos aproximar:

$$T = \frac{1}{c} \frac{6 \ln 10}{\ln(1 - \alpha)} \frac{2}{\pi} \frac{a b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \ln \frac{\tan\left(\frac{\beta}{2} + \frac{\pi}{4}\right)}{\tan \frac{\beta}{2}} - \frac{d}{c} \quad (22)$$

Si volvemos a detenernos en la expresión (19), podemos expresarla logaritmicamente de modo de obtener la caída en dB respecto al instante inicial:

$$L_w(t) = 10 \log \frac{w(t)}{w_0} = \frac{10 \ln(1 - \alpha)}{\ln(10) l_{\text{med, proy}}} \sqrt{c^2(t + d/c)^2 - d^2} \quad (23)$$

En una caída puramente exponencial, esta caída sería lineal con el tiempo. En este caso, como ya dijimos, sólo es lineal si $d = 0$ o si $t \rightarrow \infty$. Pero ¿qué sucede al comienzo? Es interesante determinar un tiempo de reverberación aparente instantáneo si se extrapola linealmente la tangente a la curva hasta caer 60 dB. Podemos hacerlo a partir de la derivada:

$$T_{\text{apar}}(t) = -\frac{60}{L'_w(t)} \quad (24)$$

Resulta

$$T(t) = -\frac{6 \ln 10}{\ln(1 - \alpha)} \frac{l_{\text{med, proy}}}{c} \frac{\sqrt{c^2(t + d/c)^2 - d^2}}{c(t + d/c)}. \quad (25)$$

Vemos que el tiempo de reverberación inicial es 0, lo que significa una caída es muy rápida, y luego va creciendo rápidamente hasta estabilizarse en el valor dado por (22). En la figura 6 se muestra un ejemplo.

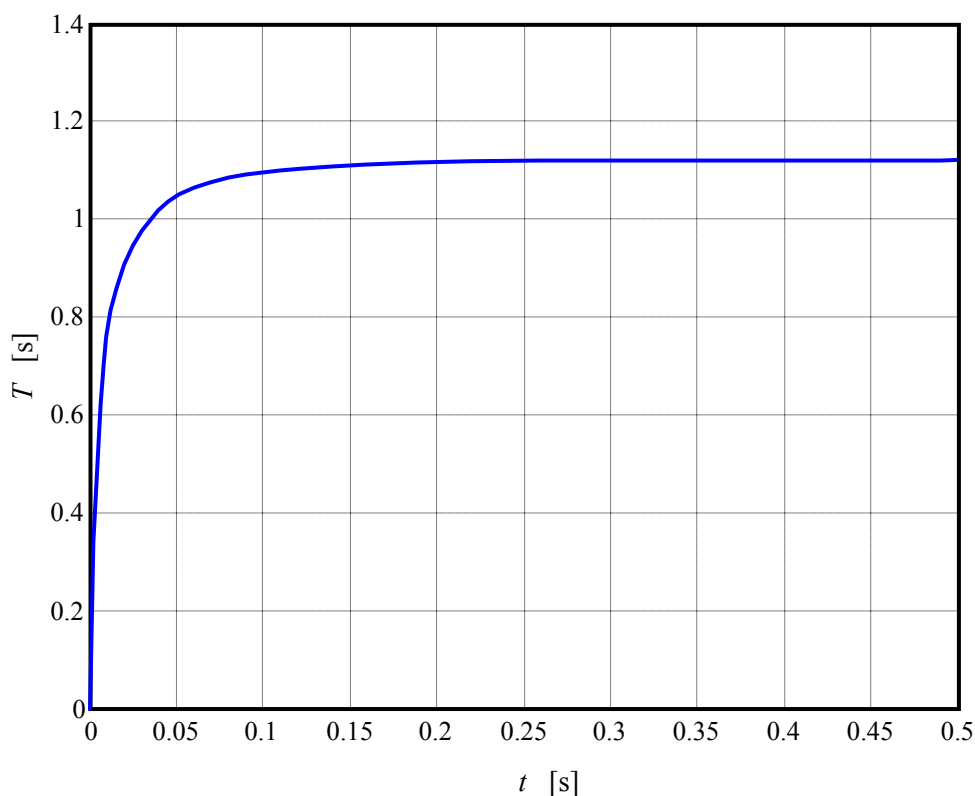


Figura 6. Tiempo de reverberación aparente en función del tiempo para un pasillo con dimensiones $a = 4$ m, $b = 3,5$ m y $\alpha = 0,1$.

4 Conclusiones

Se ha estudiado la reverberación de un pasillo, resaltándose las diferencias con recintos más proporcionados. En primer lugar, el tiempo de reverberación, depende sólo de las dimensiones transversales, particularmente de la relación de aspecto de la sección transversal. En segundo lugar, la caída no es perfectamente exponencial, lo cual significa que el nivel sonoro no cae linealmente con el tiempo sino que existe un proceso inicial en el que la caída es más rápida. Una posible explicación es el flujo longitudinal de energía sonora que se pierde rápidamente hasta que se establece el campo reverberante. Por último, se han obtenido fórmulas teóricas para el camino libre medio entre reflexiones, para el tiempo de reverberación, y para el tiempo de reverberación aparente en función del tiempo.

Referencias

Beranek, Leo Leroy (1996) *Acoustics*. Acoustical Society of America. Woodbury, NY, USA.

Kuttruff, Heinrich (2000) *Room Acoustics (Fourth edition)*. Spon Press. Taylor & Francis Group. London, UK.