

XV Congreso Argentino de Acústica, AdAA 2017

Bahía Blanca, 23 y 24 de noviembre de 2017

AdAA2017-04

Folios micro-perforados como absorbentes sonoros

Juan C. Giménez de Paz

Nobel 678, 1718 San Antonio de Padua, Buenos Aires, Argentina

gimenezdepaz@gmail.com

Abstract

This work is about the sound absorbing systems consisting of layers of sub millimeter thick with numerous holes of also sub millimeter diameters mounted over an airtight cavity (micro-perforated foils). These very thin layers may be among other materials, of transparent plastics, which allow their use in areas where they should permit the entering of light. Curves of absorption of single and double layers with normal incidence of sound are analyzed as well as with other angles and random incidence. Also "infinite" density (mass does not vibrate) and finite density of foils are considered. Absorption curves obtained according to the predictive model used are contrasted with measured and published results.

Resumen

El trabajo trata acerca del sistema fonoabsorbente conformado por capas de espesor sub milimétrico con numerosas perforaciones de diámetros también sub milimétricos (microperforados), montado sobre una cavidad hermética. Estas capas muy finas pueden ser entre otros materiales, de plásticos transparentes permitiendo su uso en áreas que deban permitir el paso de luz. Se analizan las curvas de absorción de capas simples y dobles con incidencia normal del sonido, con otros ángulos y con incidencia aleatoria. También se considera densidad "infinita" (la masa no vibra) y densidad finita. Se presentan curvas de absorción según el modelo predictivo usado, contrastadas con resultados medidos y publicados.

1 Introducción

En 1975 se desarrolló un sistema resonante conformado por una capa microperforada, con perforaciones y espesores submilimétricos montada sobre una cavidad hermética.¹ Difiere de los sistemas de chapas multiperforadas, tanto en sus mayores espesores y de sus diámetros cuanto que éstas requieren un material fonoabsorbente por detrás.

Básicamente se basa en el fenómeno de fricción del aire vibrando con los bordes de las perforaciones muy confinadas por las que el sonido intenta pasar.

Este sistema puede emplear metales, como capas finas de aluminio o plásticos transparentes o traslúcidos (Figura 1), que los hacen hábiles para ser instalados verticalmente frente a superficies vidriadas sin disminuir o disminuyendo poco, el paso de luz natural. Incluso, horizontales, bajo cielorrasos traslúcidos.



Figura 1. Material comercial transparente micro perforado.

También, al ser un sistema liso, puede aplicarse en la industria alimenticia o farmacéutica y en general, en todas aquellas que requieran condiciones de asepsia. Otra aplicación interesante es en natatorios cerrados y en otros ambientes con atmósferas húmedas, ya que los materiales pueden resistir esas condiciones.

2 Una sola capa e incidencia normal

El diseño básico que permite incorporar las variables y las principales propiedades, es un sistema de una sola capa e incidencia normal del sonido. La mayoría de los trabajos experimentales se efectuaron en estas condiciones, con mediciones en tubo de ondas estacionarias, incluyendo uno realizado en Argentina por el LAL-CIC.²

El parámetro característico es la llamada constante de perforación k , cantidad adimensional, dado por la expresión,

$$k = \sqrt{\frac{2\pi f d}{\mu}} \frac{d}{2} \rightarrow k^2 = 4 \times 10^5 f d^2 = 10^2 f d^2 \quad (1)$$

En esta expresión, f es la frecuencia del sonido incidente (Hz), d es el diámetro de las perforaciones (m) y $\mu = 1,56 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ (a 20°C) es la viscosidad cinemática del aire. En la aproximación de la última igualdad, f está dada en kHz y d en mm.

¹ Dah-You Maa, (1975). *Theory and design of microperforated panel sound-absorbing constructions*. Scientia Sinica, **18** 55-71.

² N.S.Vechiatti, A.M.Méndez, J.C.Giménez de Paz, (2002) “*Experimental Investigation of Sound Absorbers based on microperforated panels*”. First Pan-American/Iberian Meeting on Acoustics. Cancún, México. *Paper 4pEA8*.

El espesor δ de la capa límite (m), región donde se producen las pérdidas por viscosidad, está dado por la expresión siguiente, en la que μ y f como antes,

$$\delta = \sqrt{\frac{2\mu}{2\pi f}} \quad (2)$$

Resulta entonces que k es una constante de proporcionalidad entre el diámetro d de las perforaciones y el espesor δ de la capa límite.

En la Figura 2 se muestra la variación del espesor de la capa límite δ según la frecuencia. Si bien se indica un diámetro específico d , es independiente de él. Se observa que para diámetros submilimétricos, la capa límite ocupa toda el área de las perforaciones, lo que es importante ya que dentro de esas capas es donde se disipa energía (sonora).

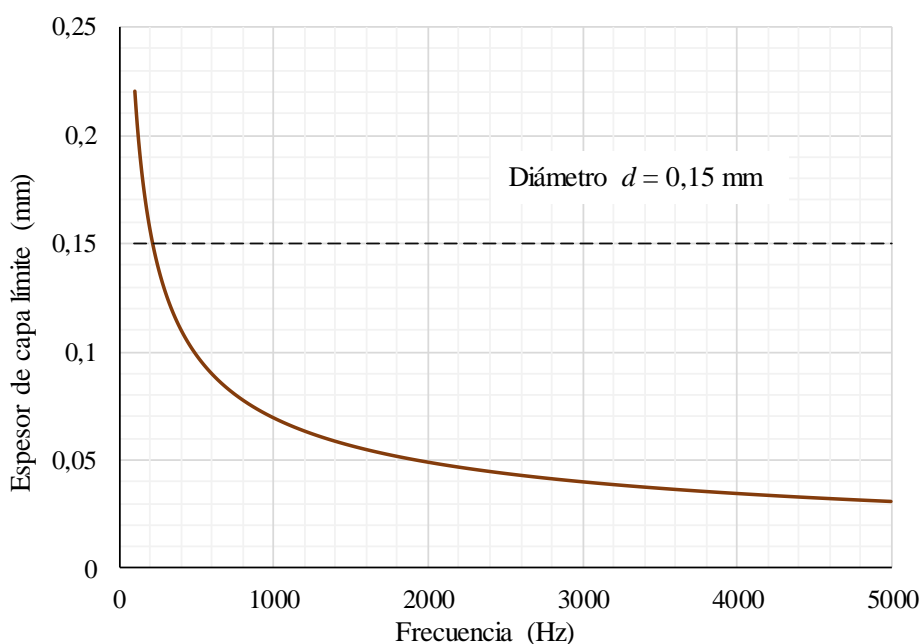


Figura 2. Espesor de la capa límite según la frecuencia

Para el rango de interés que satisface la condición dada al comienzo ($t \ll \lambda$), la impedancia puede reescribirse,

$$Z = R + j\omega M \Big|_{1 < k < 10} \quad (3)$$

Con sus componentes resistiva (r) y reactiva (ωm) relativas a la impedancia del aire ρc de la forma,

$$r = \frac{32\eta}{P \rho c} \frac{t}{d^2} \left[\sqrt{1 + \frac{k^2}{32} + 0,177 k \frac{d}{t}} \right] \quad (4)$$

$$\omega m = \frac{2\pi f t}{P c} \left[1 + \frac{1}{\sqrt{3^2 + \frac{k^2}{2}}} + 0,85 \frac{d}{t} \right] \quad (5)$$

Los últimos sumandos en ambos corchetes son las correcciones de borde. P es la relación de área perforada, η es la viscosidad dinámica, $\eta = \rho \times \mu$ ($1,87 \times 10^{-5} \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}\cdot\text{s}^{-1}$) y los

demás parámetros como antes. Para distribución cuadrada con separación entre centros de perforaciones contiguas b (en unidades del diámetro d), P está dada por,

$$P = 78,5 \frac{d^2}{b^2} \quad (6)$$

Los valores de P en estos diseños suelen estar en el orden del 1%. Por ejemplo, con $d = 0,2 \text{ mm}$ y $b = 2 \text{ mm}$, $P = 0,785\%$. Esta relación entre d y b es típica.

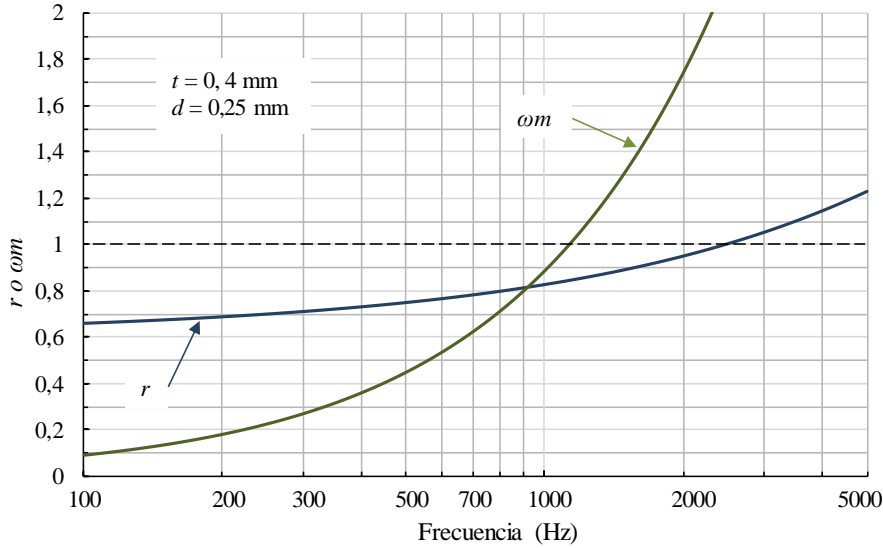


Figura 3. Variación de las componentes real e imaginaria de la impedancia del foil.

Con el corchete de la ecuación (4), modificada por la última igualdad de la ecuación (1), se puede escribir

$$k_r = \sqrt{1 + \frac{100 d^2 f}{32}} + 1,77 \sqrt{f} \times \frac{d^2}{t} \quad (7)$$

Con el mismo arreglo para el corchete de la ecuación (5),

$$k_m = 1 + \frac{1}{\sqrt{9+50 d^2 f}} + 0,85 \frac{d}{t} \quad (8)$$

A su vez, k_m puede escribirse como masa relativa reactiva, ωm , considerando $c = 340 \text{ m.s}^{-2}$ y la frecuencia expresada en kHz.

$$\omega m = 1,847 \frac{f \times t}{P} k_m \quad (9)$$

Para su función como diseño absorbente eficiente, se debe agregar en serie un elemento que permita resonar al sistema. Es por ello que las placas microperforadas se colocan paralelas a una superficie firme (usualmente una pared) separadas por una distancia D , que es lo que le da sentido de uso a estos materiales. El coeficiente de absorción resultante para incidencia normal, α_N , con D en mm, está dada por,

$$\alpha_N = \frac{4 R \rho c}{(R + \rho c)^2 + (\omega M + X_D)^2} = \frac{4r}{(1+r)^2 + \left[\omega m - \text{ctg}\left(\frac{\omega D}{c}\right) \right]^2} \quad (10)$$

El término $-\text{ctg}(\omega D/c)$ es la reactancia acústica relativa, originada por la separación D . Cuando se cumple que,

$$\omega m - \text{ctg}\left(\frac{\omega D}{c}\right) = 0 \quad (11)$$

se obtiene el coeficiente máximo α_{Mmax} que depende solo de la componente resistiva r , dado por

$$\alpha_{N,max} = \frac{4r}{(1+r)^2} \quad (12)$$

Para el caso arbitrario en que $t = d = 0,2$ mm, $P = 1\%$, $D = 30$ mm, del que surge con la ecuación (4), $r = 1,0609$, se tiene con la ecuación (12) que,

$$\alpha_{N,max} = \frac{4 \times 1,0609}{(1 + 1,0609)^2} = 0,999 \cong 1 \text{ sabines. m}^{-2}$$

La ecuación (12) da valores $\alpha_{N,Max} > 0,9$ para $r > 0,52$, es decir, que crece muy rápidamente para luego decrecer más lentamente superado el valor $r = 1$. Se mantienen valores máximos de absorción sonora mayores que 0,9 hasta casi algo menos de $r = 2$. El rango con valores elevados de absorción es entonces muy amplio en valores de resistencia relativa r .

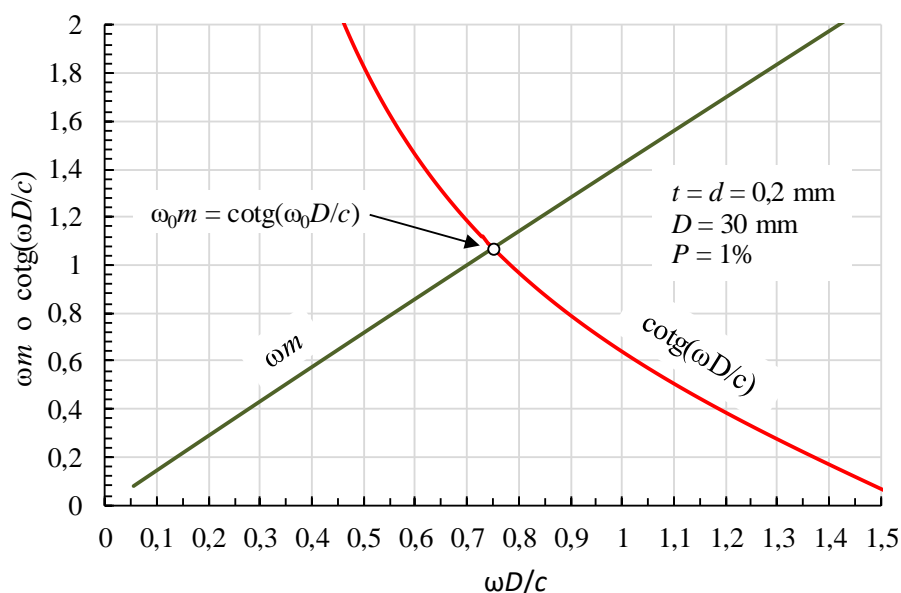


Figura 4. Representación de la ecuación (11).

La frecuencia de resonancia f_0 para la que la absorción es $\alpha_{M,max}$, se obtiene mediante la expresión siguiente, con la ayuda de la Figura 4,

$$f_0 = \frac{c}{2\pi D \times 10^{-3}} \times \text{abscisa en punto de cruce} \quad (13)$$

Para las características del material micro poroso resumidas en el mismo gráfico, el cruce se produce para el valor $\omega_0 D/c \cong 0,75$. Para este valor de abscisas se cumple la condición de la ecuación (11), es decir que corresponde a la frecuencia de resonancia.

$$\frac{\omega_0 D}{c} = \frac{2\pi f_0 D}{c} = 0,75 \rightarrow f_0 = \frac{c}{2\pi D} \times 0,75 \quad (14)$$

Por lo que resulta que para el cruce cuando $\omega_0 m = \text{ctg}\left(\frac{\omega_0 D}{c}\right)$,

$$f_0 = \frac{342,9}{2\pi \cdot 30 \times 10^{-3}} \times 0,75 = 1\,366 \text{ Hz}$$

Además, cuando se cumple la condición siguiente, aplicada a la ecuación (10), surge que $\alpha_N = \frac{1}{2} \alpha_{Mmax}$.

$$\omega m - \text{ctg}\left(\frac{\omega D}{c}\right) = \pm(1 + r) \quad (15)$$

Con la condición anterior se puede expresar el ancho Δf del pico de absorción, empleando la aproximación siguiente, válida cuando $\omega D/c \leq \pi/2$ (o algo más),³

$$\text{ctg}\left(\frac{\omega D}{c}\right) \cong \frac{c}{\omega D} - \frac{\omega D}{3c} \quad (16)$$

Resulta entonces,

$$\Delta f = \pm \frac{1}{2} \left[\frac{1+r}{2\pi \left(m + D \times 10^{-3} / 3c\right)} \right] \quad (17)$$

Con los valores $r = 1,0609$, $m = 1,2485 \times 10^{-4}$, $D = 30 \text{ mm}$ y $c = 342,9 \text{ m.s}^{-1}$, se tiene que,

$$\Delta f = \frac{1 + 1,0609}{2\pi \left(1,2485 \times 10^{-4} + 30 \times 10^{-3} / 3 \times 342,9\right)} = 2\,129,7 \text{ Hz}$$

Estos resultados se grafican en la Figura 5, para las características de la placa micro perforada del ejemplo.

En forma alternativa, con la misma aproximación para la cotangente, aplicada a la ecuación (10), se puede calcular la frecuencia de resonancia f_0 . En efecto, de esa ecuación surge que, expresando D en mm y c en m.s^{-1} ,

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{c}{D \times 10^{-3} \left(m_0 + \frac{D \times 10^{-3}}{3 \times c}\right)}} \quad \text{Hz} \quad (18)$$

El valor de m_0 debe ser el que corresponde a la frecuencia f_0 de resonancia, la que no se conoce *a priori*, pero se tiene una aproximación gráfica. Se transforma así, en un cálculo iterativo con aproximaciones sucesivas al resultado, utilizando en cada paso, el valor de m_0 que corresponde al valor de f_0 obtenido en el paso anterior.

³ Son los dos primeros términos del desarrollo en serie de Taylor para la cotangente: $\text{ctg}(x) = x^{-1} - \frac{x}{3} - \frac{x^3}{45} - \frac{2x^5}{945} - \dots - \frac{2^{2n} B_n x^{2n-1}}{(2n)!}$ en la que B_n son los números de Bernoulli. Ver, por ejemplo, M.R.Spiegel, J. Liu y L. Abellanas (1994), *Fórmulas y tablas de matemática aplicada*. McGraw-Hill/Series Schaum, Madrid, 2ª edición. Páginas 131 y 135.

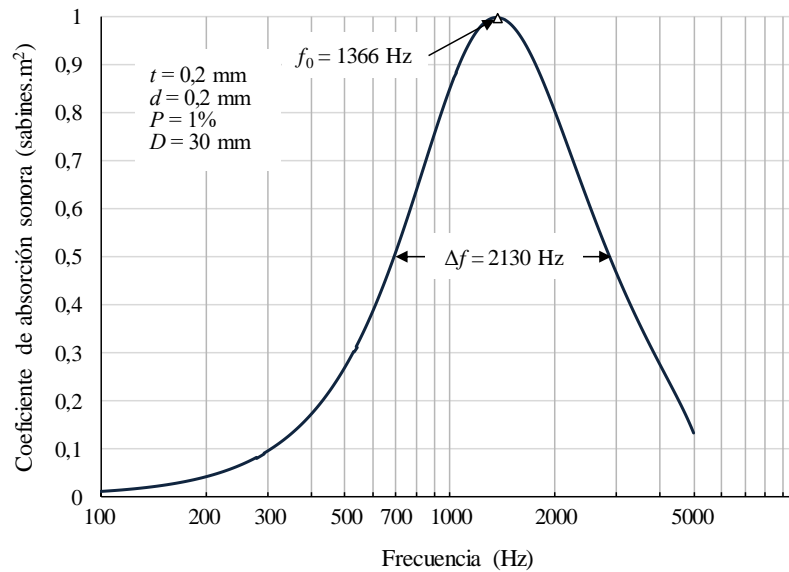


Figura 5. Curva de absorción del sistema ejemplificado

Con los datos del ejemplo, resulta un valor aproximado, pero del mismo orden que el calculado con la ecuación (14).

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{342,9}{30 \times 10^{-3} \left(1,2485 \times 10^{-4} + \frac{30 \times 10^{-3}}{3 \times 342,9} \right)}} = 1\,371 \text{ Hz}$$

Esto quiere decir que en el entorno del rango de frecuencias $\left[f_0 - \frac{\Delta f}{2}; f_0 + \frac{\Delta f}{2} \right]$, el coeficiente de absorción es $\alpha \geq \frac{1}{2} \alpha_{Max}$. Para este ejemplo, en el entorno $[301 \text{ Hz}; 2\,431 \text{ Hz}]$, el coeficiente de absorción es mayor que $0,5 \text{ sabines.m}^{-2}$.

Como queda visto, los valores de la frecuencia de resonancia f_0 , el ancho de banda Δf y la resistencia r en unidades de la impedancia del aire ρc , definen las características absorbentes del diseño de un *foil* microperforado con un espacio D de aire por detrás. Desde ya que las características dimensionales de este sistema (m' , d , t , b o P , D) son los parámetros con los que cuenta el acústico para llegar a la terna f_0 , Δf y r deseados.

Es muy importante que la componente real r de la impedancia del sistema sea próxima a la unidad y que su componente imaginaria tan baja como sea posible, es decir que haya adaptación de su impedancia con la del aire, para que el valor de absorción máxima $\alpha_{N,Max}$ sea próximo a la unidad.

En realidad, es difícil variar libremente estos parámetros, quedando libre la separación D y en segundo lugar el espesor t del *foil*. Es complicado variar tanto el diámetro d como el porcentaje P , ya que se trata de una cantidad muy grande de perforaciones. A modo de ejemplo, cada metro cuadrado de un *foil* con perforaciones $d = 0,2 \text{ mm}$ y un porcentaje $P = 0,85\%$, que corresponde a una separación $b = 1,9 \text{ mm}$, implica unas 226 000 perforaciones. Precisamente la fabricación de estos sistemas a escala industrial, constituye una de sus principales limitaciones.

Para el caso resumido en la Figura 6, la curva del valor de resistencia según la frecuencia, toma el valor $r = 1$ para la frecuencia $f = 986 \text{ Hz}$ para la que aún es bajo el valor de la componente reactiva. La frecuencia de resonancia es $f_0 = 610 \text{ Hz}$, para la que la absorción máxima es técnicamente la unidad ($\alpha_{N,Max} = 0,9986 \text{ sabines.m}^{-2}$).

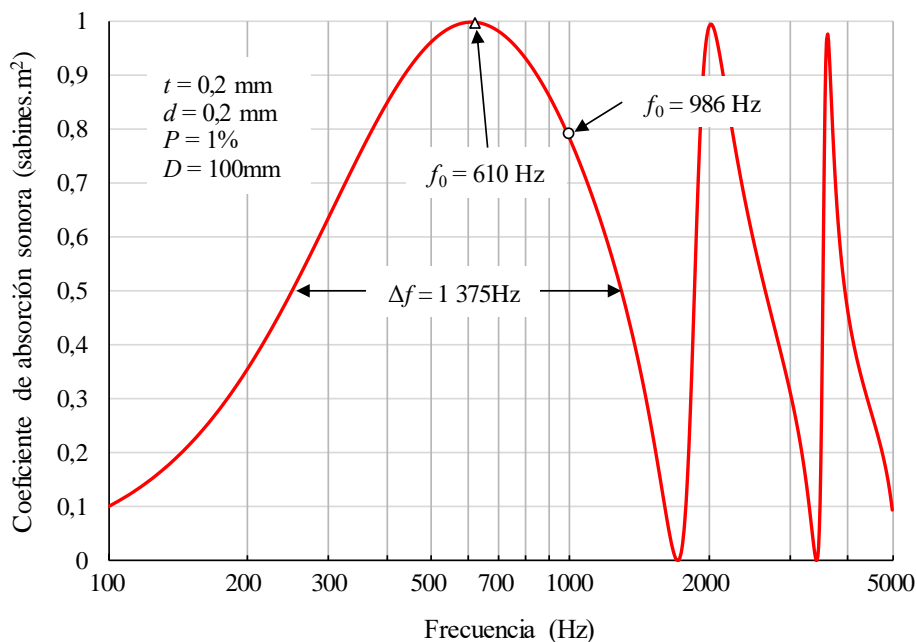


Figura 6. Curva de absorción de un determinado sistema micro perforado

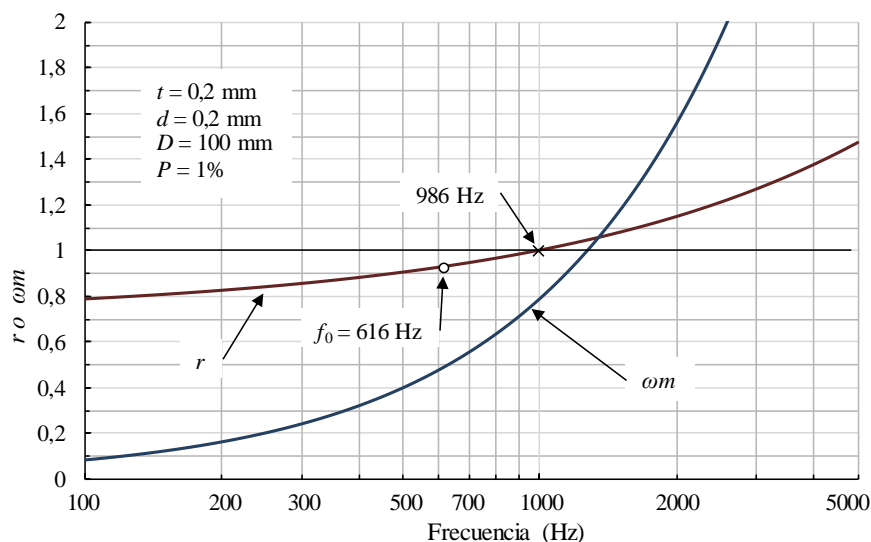


Figura 7. Condición de componente reactiva nula

La curva de absorción resultante se muestra en la Figura 6. La frecuencia de resonancia ($f_0 = 610$ Hz) difiere de la de corte ($f = 986$).

En la Figura 7 se muestra la diferente ubicación de las dos frecuencias relevantes analizadas.

Debe distinguirse entre lo que ocurre con el valor de resistencia $r = 1$ en el valor de α_N y la condición de $\omega m - \text{ctg}\left(\frac{\omega D}{c}\right) = 0$. Cuando esto último ocurre se tiene el valor de la frecuencia de resonancia. O dicho a la inversa, el pico de resonancia ocurre cuando se cumple la condición de nulidad dada.

También, cuando se tiene $r = 1$ no se obtiene un valor de absorción $\alpha_{N,Max} = 1$, sino uno menor, a menos que se cumpla además la condición de nulidad anterior.

2.1 Considerando la masa

En lo anterior se considera sólo el efecto de la micro perforación y el espacio D con la superficie firme, asumiendo que la masa de la placa es “infinita” (la placa no reacciona ante la presión sonora).

Cuando se considera la masa del *foil* sujeto a vibración, la curva de absorción se modifica como lo ejemplifica la Figura 8. Ambas curvas corresponden a una misma muestra, la curva de línea continua sin considerar su masa (masa “infinita”) y la de trazos, considerando su densidad superficial.

La masa se incorpora como densidad superficial m' de la placa microperforada. La impedancia Z del sistema resulta, para la del micro perforado (Z_M), la de la placa Z_P y del espacio entre placa y pared (Z_D), separando en la componente resistiva (H_r) y reactiva (H_m),

$$Z = \frac{Z_M \times Z_P}{Z_M + Z_P} + Z_D = H_r + j \left(H_m - \text{ctg} \frac{\omega D}{c} \right) \quad (19)$$

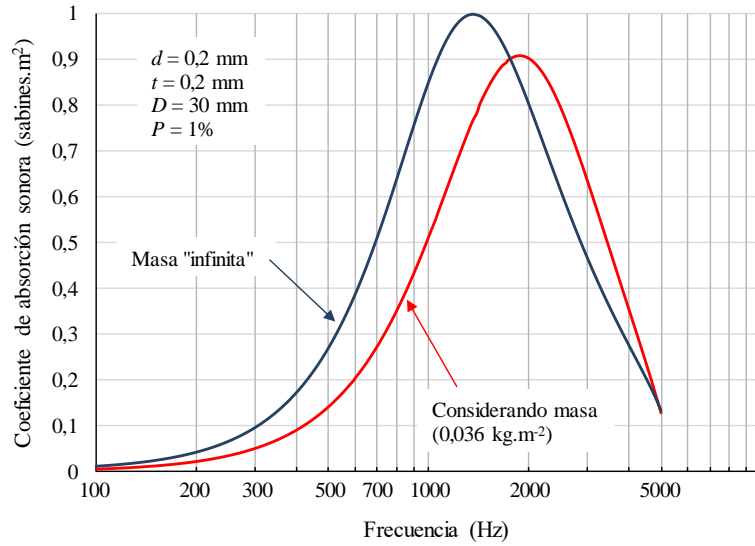


Figura 8. Curvas de absorción de la misma muestra considerando su masa o no.

Las impedancias del microperforado y la masa del *foil* están en paralelo y la del espacio por detrás, en serie con las anteriores.

El coeficiente de absorción sonora para este sistema, en el que también interviene la masa del foil, es entonces,

$$\alpha = \frac{4\mathcal{R}(Z)}{[1+\mathcal{R}(Z)]^2 + [\mathcal{J}(Z)]^2} = \frac{4 H_r}{(1+H_r)^2 + \left(H_m - \text{ctg} \frac{\omega D}{c} \right)^2} \quad (20)$$

La forma explícita en función de los parámetros elementales del sistema es la que se muestra en el apéndice único al final del escrito, junto con el coeficiente máximo α_M .

En este caso se obtienen múltiples frecuencias de resonancias para las que se obtienen los máximos de alfa, y entre esos máximos, se tienen los ceros que surgen de

$$\text{ctg} \frac{\omega D}{c} = \text{ctg} \frac{2\pi f D}{c} \rightarrow \infty \Rightarrow f = n \frac{c}{2D} \times 10^3 \quad (21)$$

con n un número natural y D dado en milímetros.

3 Incidencia oblicua y difusa

Lo visto hasta este punto fue el análisis de la respuesta de un sistema microperforado a los sonidos con incidencia normal, situación que no suele presentarse en los casos reales. No obstante, su análisis permite conocer la curva típica de absorción y su relación con los parámetros del sistema. Los casos prácticos son con incidencia aleatoria, con cualquier ángulo, conjunto de ángulos o más bien, cercano a incidencia difusa.

Para considerar la respuesta a ángulos de incidencia cualesquiera, ($\theta \neq 0^\circ$), debe tenerse en cuenta que la impedancia Z del sistema es independiente del ángulo de incidencia (*locally reacting*), por lo que permanece sin cambios con los ángulos de incidencia.⁴ Lo que varía es la diferencia de camino entre sonido incidente sobre el *foil* y el reflejado debido a la diferencia de camino sonoro en el espacio D por detrás, tal como se ilustra en la Figura 9.

Como resultado, el coeficiente de absorción $\alpha_{(\theta)}$ depende del ángulo de incidencia, como se muestra en la ecuación (22).⁵

Esta expresión del coeficiente de absorción sonora en función de la frecuencia ω para un ángulo de incidencia θ , se reduce a la ecuación (10) cuando la incidencia es normal ($\theta = 0^\circ$), al ser $\cos(0) = 1$, es decir, que $\alpha_{(0)} = \alpha_N$.

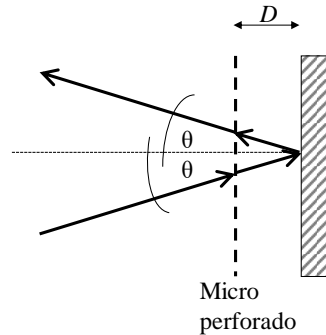


Figura 9. Esquema de un rayo sonoro incidente con ángulo θ .

$$\alpha_{(\theta)} = \frac{4r \cos(\theta)}{(1+r \cos(\theta))^2 + \left[\omega m \cos(\theta) - \cotg\left(\frac{\omega D}{c} \cos(\theta)\right) \right]^2} \quad (22)$$

El coeficiente máximo, tal como se hizo antes, surge cuando la componente reactiva se anula, quedando,

$$\alpha_{M,(\theta)} = \frac{4r \cos(\theta)}{(1+r \cos(\theta))^2} \quad (23)$$

Dado que $r \cos(\theta) \leq r$, el nuevo máximo es menor que antes, como se muestra para un caso particular en la Figura 10 al mismo tiempo que la frecuencia de resonancia se corre hacia valores mayores. En la misma figura se comparan las curvas de absorción para una misma muestra para incidencia normal, no considerando la masa del foil y considerándola.

En la Figura 11 se muestra un ejemplo más completo de las curvas de absorción de una muestra considerando su masa, para ángulos de incidencia sucesivos de 0, 30, 45, 60 y 75° y también normal sin considerar la masa. Se observa claramente que con el aumento del

⁴ Ver p.e. D.Y Maa, (1987) *Microperforated-Panel Wideband Absorbers*. Noise Control Eng.J., **29** 77-84. Página 82.

⁵ Ver p.e. H. Kuttruff (2009). *Room acoustics*. Spon Press. London, 5ª ed. Página 42 y ss.

ángulo se corre la frecuencia de resonancia hacia valores crecientes mientras que disminuye el valor máximo de absorción.

Finalmente, en la Figura 12 se dan las curvas de una muestra levemente diferente a la anterior, en la que se considera la masa del *foil* para incidencia normal, a 0, 30, 45, 60 y 75°. Se incluye también, el coeficiente de absorción $\langle \alpha \rangle$ que corresponde a incidencia difusa, es decir, desde todos los ángulos con igual probabilidad. Su curva muestra una mayor amplitud Δf y un valor menor de absorción máxima. Esta característica es típica respecto a las curvas de absorción para ángulos definidos.

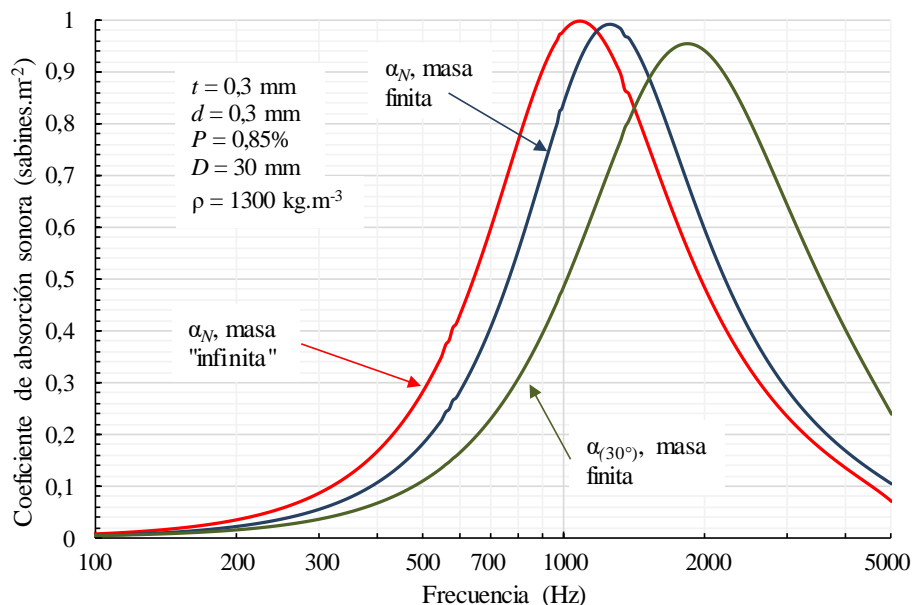


Figura 10. Curvas de absorción de una misma muestra con incidencia a 30° y normal con y sin considerar su masa.

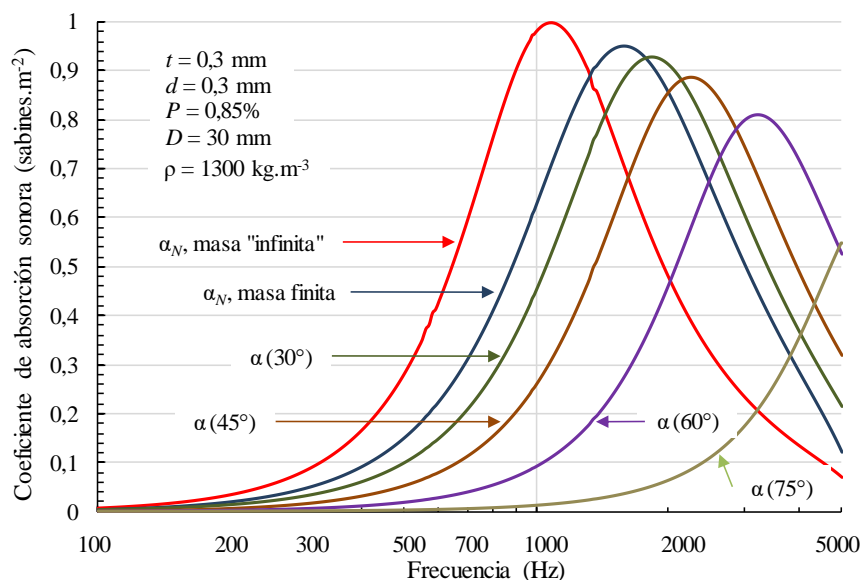


Figura 11. Curvas de absorción de una misma muestra con varios ángulos de incidencia, considerando su masa.

Este coeficiente se debe calcular incluyendo todos los anteriores utilizando la integral de Paris⁶ dada por

$$\langle \alpha \rangle = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \alpha_{(\theta)} \sin(2\theta) d\theta \quad (24)$$

Con la incorporación de la ecuación 21 y adoptando la variable $x = \cos(\theta)$, con lo que $dx = -\sin(\theta) d\theta$ y los nuevos límites que se invierten por el signo “-”, resulta,

$$\langle \alpha \rangle = 8r \int_0^1 \frac{x^2}{(1+rx)^2 + [\omega mx - \text{ctg}(\frac{\omega D}{c}x)]^2} dx \quad (25)$$

Esta integral no es de fácil resolución, pero se la puede encarar por integración numérica, con el uso de la regla Simpson.⁷ Tomando, por ejemplo, $n = 4$ divisiones para el intervalo $h = (1 - 0)/4 = 1/4$, en la expresión para este caso (con $f(x) \equiv \langle \alpha \rangle$),

$$\int_0^1 f(x) dx \approx \frac{1}{12} f(0) + \frac{2}{12} f(45) + \frac{4}{12} f(30) + \frac{4}{12} f(60) + \frac{1}{12} f(75)$$

Agrupando y expresando los coeficientes en forma decimal,

$$\langle \alpha \rangle = 0,0833 [f(0) + f(75)] + 0,3333[f(30) + f(60)] + 0,1666 f(45) \quad (26)$$

En la Figura 12 se muestra la curva del coeficiente por incidencia difusa $\langle \alpha \rangle$ junto con las curvas para los ángulos componentes.

Desde el punto de vista formal, esta solución como aproximación a la integral es aceptable, pero presenta el problema de no asegurar que represente la respuesta real del sistema absorbente.

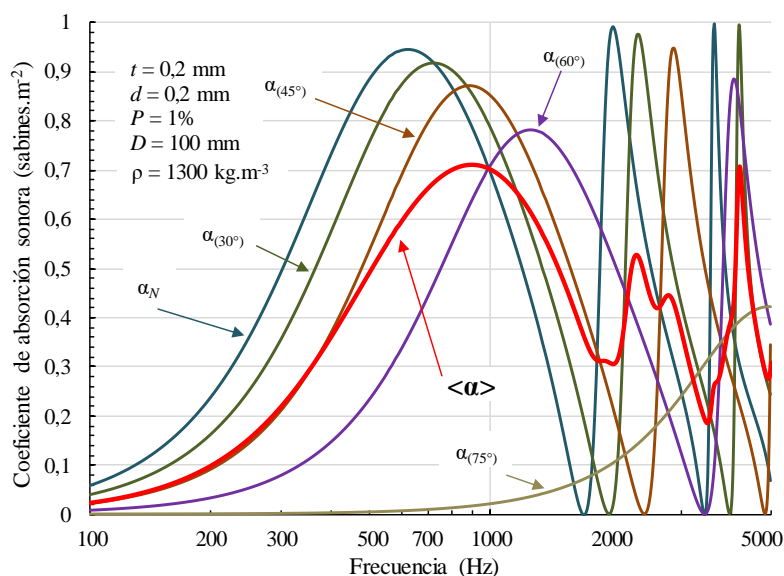


Figura 12. Curvas de absorción de una misma muestra con varios ángulos de incidencia, normal y estadística.

⁶ E.T Paris (1927), *On the reflection of sound from porous surface*. Proc.Roy.Soc. London, **115A**, 407-419.

⁷ Ver en libros de Análisis Matemático, por ejemplo el clásico, J. Rey Pastor, P. PI Calleja y C.A. Trejo (1963), *Análisis matemático*. Ed. Kapelus, Buenos Aires. Cap.XVI.

Afortunadamente cuando se la aplica a trabajos experimentales, sigue a la curva representada gráficamente. Y aún más, es muy similar a la publicada como aproximación por Y.D. Maa⁸ aunque en ese *paper* no se da el procedimiento para su obtención.

El cálculo se reduce entonces, a la suma ponderada de curvas para ángulos definidos. Se consideran solo cinco curvas de absorción que corresponden a incidencia de 0, 30, 45, 60 y 75°. De las características de las curvas ejemplificadas, queda claro que la de $\langle \alpha \rangle$ es menor que las de ángulo de incidencia menor y mayor que las de mayor ángulo de incidencia.

Las características de la respuesta de los sistemas microperforados considerados dependen fuertemente del valor de la constante de perforación k y también, aunque menos fuertemente, de la resistencia r .

Las curvas de $\langle \alpha \rangle$ para valores elevados de k resultan casi independientemente del valor de r . Por el contrario, para valores pequeños de k , las curvas tienen mayor amplitud y valor máximo de α .

En la Figura 13 se muestran cuatro curvas del coeficiente estadístico $\langle \alpha \rangle$ para diferentes muestras, a las que les corresponden valores diferentes de k . Las dos curvas de línea continua corresponden a los valores menores de k y las de trazos cortados, a los valores mayores de k . Es claro que las dos primeras son más eficientes, tanto en el valor del máximo de absorción como en el ancho de la curva. Las dos muestras con $D = 100$ mm incorporan los picos de resonancias superiores como en el caso de los dos gráficos anteriores.

Surge que es recomendado para los diseños de estos absorbentes, que el valor de k sea pequeño ($k < 2$) debido a que este parámetro representa al cociente entre el diámetro de las perforaciones y el ancho de capa límite. Como conclusión, deberá diseñarse el sistema con k "pequeño", con el resto de los parámetros que permitan ubicar a la frecuencia f_0 en el rango de interés.

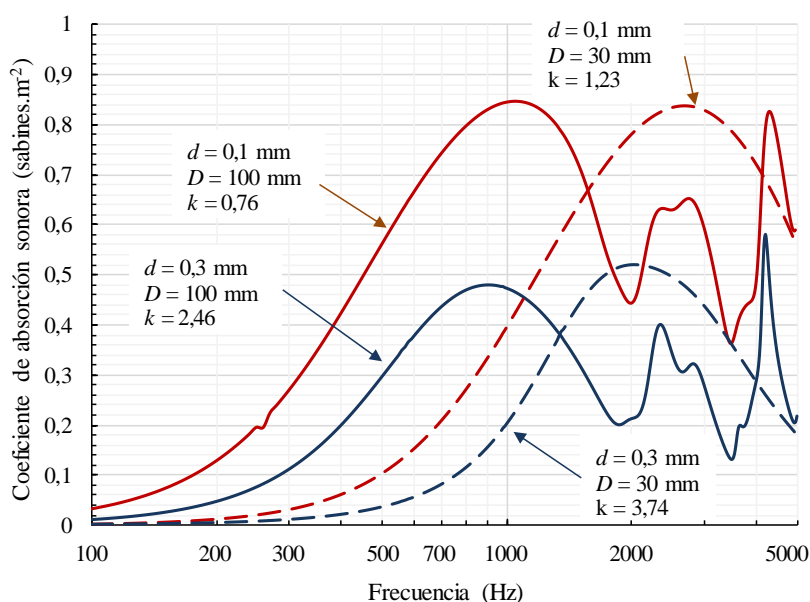


Figura 13. Curvas de absorción $\langle \alpha \rangle$ para varios diseños.

3 Sistema de dos placas

Para ampliar el ancho de bandas en el que es efectivo un sistema microperforado, se pueden utilizar dos capas paralelas separadas entre sí por una distancia D_1 y la interna de la superficie firme por D_2 , tal como se muestra en la Figura 14. Este diseño disminuye el límite

⁸ D.Y Maa (1985), *Wide-band sound absorber based on microperforated panels*. Chinese J. of Acoustics 4. 197-208.

inferior de frecuencias en una relación⁹ $(D_1 + D_2)/D_1$, (separación total de la capa exterior y la separación entre capas).

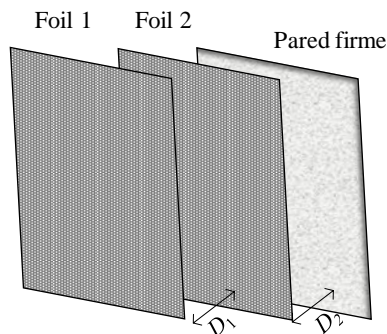


Figura 14. Dos capas micro perforadas frente a superficie firme.

La impedancia acústica normalizada, manteniendo la incidencia normal y considerando masa “infinita”, es ahora

$$z = r + jx \quad (27)$$

La componente resistiva de z es,¹⁰

$$r = r_1 + \frac{r_2 \times \text{ctg}^2(\omega D_1/c)}{r_2^2 + [m_1 - \text{ctg}(\omega D_1/c) - \text{ctg}(\omega D_2/c)]^2} \quad (28)$$

La componente reactiva es a su vez,

$$x = m_1 - \text{ctg}(\omega D_1/c) - \frac{[m_2 - \text{ctg}(\omega D_1/c) - \text{ctg}(\omega D_2/c)] \text{ctg}^2(\omega D_1/c)}{r_2^2 + [m_1 - \text{ctg}(\omega D_1/c) - \text{ctg}(\omega D_2/c)]^2} \quad (29)$$

En las dos últimas expresiones, el subíndice “1” se refiere a la placa exterior y el subíndice “2”, a la interior.

Si se hace que $D_2 = 0$, que es equivalente a retirar la capa más próxima a la pared al ponerla en contacto con la misma (recordando que $t \ll \lambda$), queda la capa externa como única, a la distancia D_1 de la pared. En este caso las últimas expresiones se reducen a $r = r_1$ y $x = m_1 - \text{ctg}(\omega D_1/c)$, ya que con $D_2 \rightarrow 0$, $\text{ctg}(\omega D_2/c \rightarrow 0) \rightarrow \infty$.

Para la primera aproximación de masa “infinita” de ambas placas e incidencia normal, las gráficas resultantes de estas expresiones se muestran en la Figura 15 para el caso arbitrario en que ambas tienen espesor y diámetro de perforación $t = d = 0,4$ mm y un porcentaje de área perforada $P = 0,87\%$.

Las dos líneas continuas muestran la respuesta del sistema en un caso con separación exterior $D_1 = 40$ mm e interior $D_2 = 80$ mm (40/80) y en otro con $D_1 = D_2 = 40$ mm (40/40). Las líneas de trazos muestran las respectivas respuestas de un sistema simple de una sola capa, con separación $D = 40$ y 80 mm respectivamente.

Se observa que las bajas frecuencias se incorporan a la curva de absorción del sistema doble en una proporción como la dada más arriba, que en un caso es 3 y en el otro, 1,5.

⁹ Referencia 8.

¹⁰ Misma referencia 8. Notar que en su expresión (19), equivalente a la ecuación (28), hay un error en el numerador.

Cuando se considera la masa de cada una de las dos capas que conforman el diseño (densidades superficiales m'_1 y m'_2), se procede en forma similar a lo hecho cuando se trató el sistema de una sola capa.

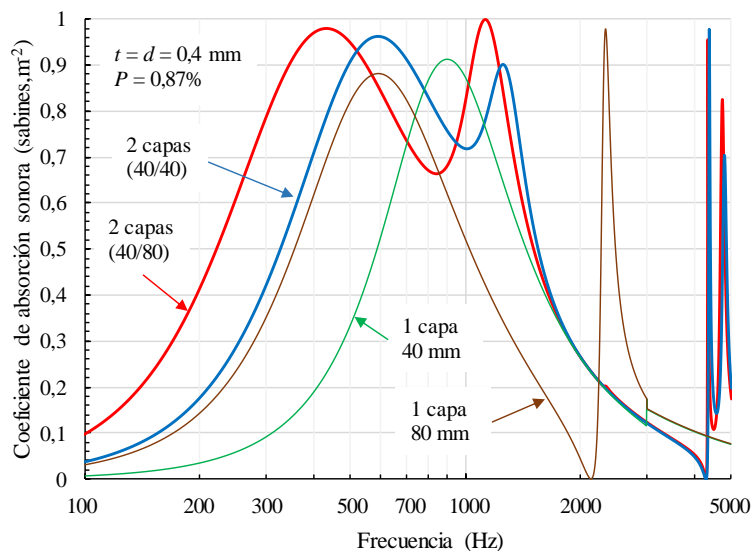


Figura 15. Placa doble, ambas con $t = d = 0,4$ mm, $P = 0,87\%$ y densidad superficial $0,14$ kg.m⁻²

Se considera la misma densidad superficial de cada placa por simplicidad ya que se suele trabajar con un mismo material. En la Figura 16 se muestra el caso de sistemas de dos capas, considerando la masa y suponiéndola “infinita”.

Los pares de curvas que corresponden al mismo diseño siguen un mismo patrón, pero son algo menores los valores de alfa en el caso de considerar su masa finita.

La consideración de la masa finita no modifica las expresiones del coeficiente de absorción sonora con incidencia normal, pero sí en las respectivas expresiones explícitas de las componentes resistivas y reactivas. Queda que el coeficiente alfa normal es,

$$\alpha_N = \frac{4r}{(1+r)^2 + x^2} \quad (30)$$

Siendo ahora el coeficiente máximo de alfa normal, $\alpha_{N,Max}$,

$$\alpha_{N,Max} = \frac{4r}{(1+r)^2} \quad (31)$$

En la Figura 17 se muestra un nuevo ejemplo de sistemas dobles y simples con separaciones asociadas. En todos los casos los dobles (líneas continuas) tienen un espectro de absorción más amplio que incluso, el simple con separación igual a la suma de las dos de los dobles.

Con la separación $D_2 > D_1$, el rango de frecuencias de la curva de absorción se inicia en frecuencias más bajas, lo que se remarca en la Figura 18 y el ancho de la campana es mayor.

La densidad de cada una de las dos capas influye en la capacidad de absorción del sistema de dos capas, aunque no tal fuertemente. En la Figura 19 se muestra un mismo diseño con separaciones $D_1 = 30$ mm y $D_2 = 70$ mm y diferentes densidades de ambas capas: $m' = 0,1, 0,2, 0,4$ y $0,8$ kg.m⁻², más densidad “infinita”. Se observa que el inicio de la curva de absorción se inicia algo antes con el aumento de la densidad y alcanza valores máximos de absorción levemente mayores.

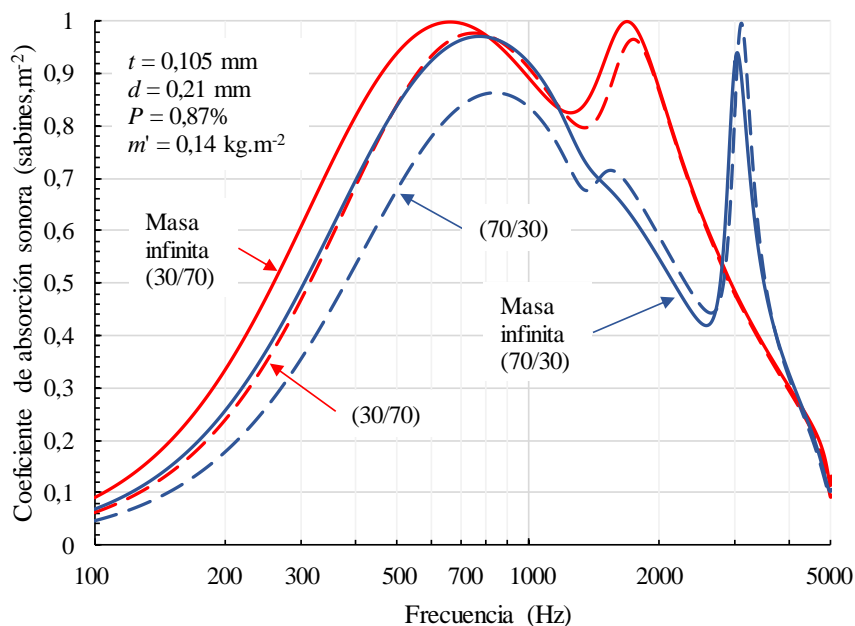


Figura 16. Dos sistemas dobles considerando masa finita e infinita

Como en el caso de sistemas con una sola capa y basado en los mismos argumentos, se puede predecir la respuesta de un sistema doble para incidencias distinta a la normal.

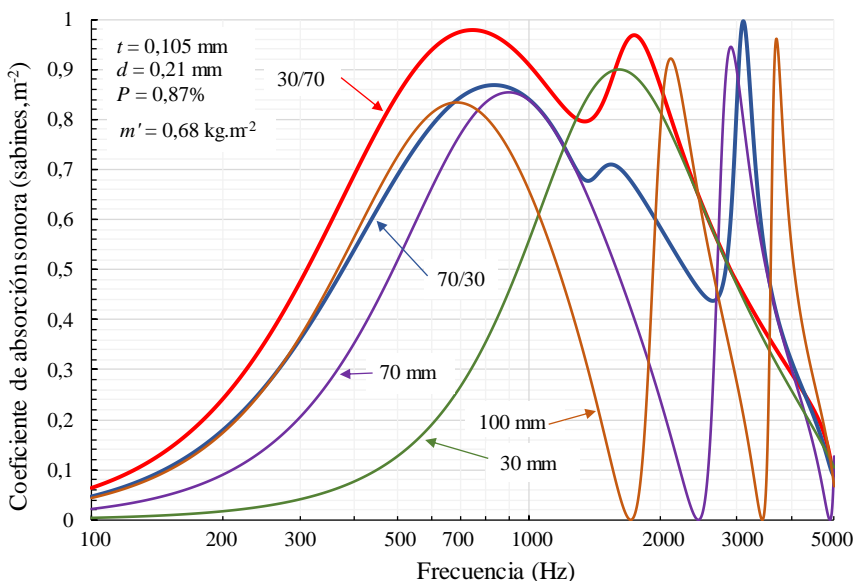


Figura 17. Sistema de dos capas y de una sola relacionadas.

El coeficiente de absorción sonora $\alpha(\theta)$ para incidencia con ángulo θ está dado como antes por

$$\alpha(\theta) = \frac{4 r \cos(\theta)}{[1+r \cos(\theta)]^2 + [x \cos(\theta)]^2} \tag{32}$$

La componente resistiva es ahora

$$r(\theta) = r_1 \cos(\theta) + \frac{[r_2 \times \text{ctg}^2(\frac{\omega D_1}{c})] \cos(\theta)}{[r_2 \cos(\theta)]^2 + \{[m_1 - \text{ctg}(\frac{\omega D_1}{c}) - \text{ctg}(\frac{\omega D_2}{c})] \times \cos(\theta)\}^2} \tag{33}$$

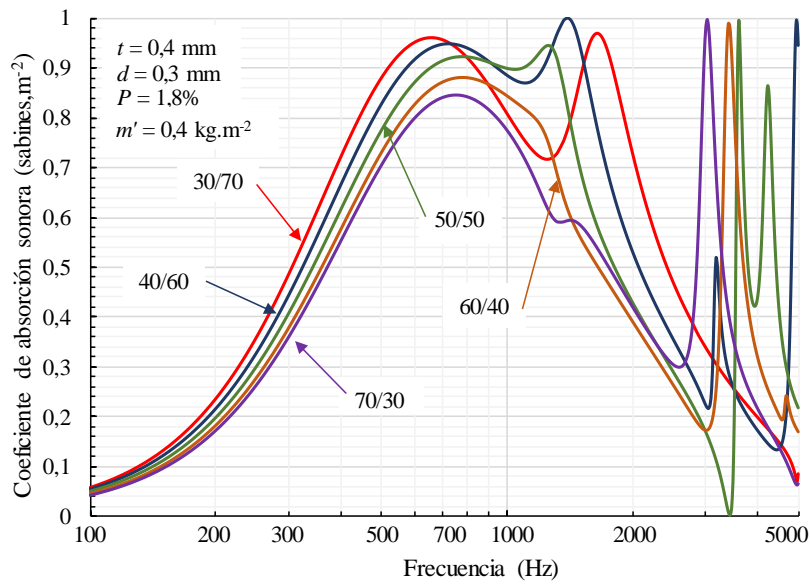


Figura 18. Sistemas dobles con varias combinaciones de separaciones y con $D_1 + D_2 = \text{constante}$.

La componente reactiva

$$x_{(\theta)} = m_1 - \text{ctg} \left(\omega D_1 / c \right) \times \cos(\theta) - \frac{\left\{ \left[m_2 - \text{ctg} \left(\omega D_1 / c \right) - \text{ctg} \left(\omega D_2 / c \right) \right] \text{ctg}^2 \left(\omega D_1 / c \right) \right\} \cos(\theta)}{\left\{ r_2^2 + \left[m_1 - \text{ctg} \left(\omega D_1 / c \right) - \text{ctg} \left(\omega D_2 / c \right) \right]^2 \right\} \cos^2(\theta)} \quad (34)$$

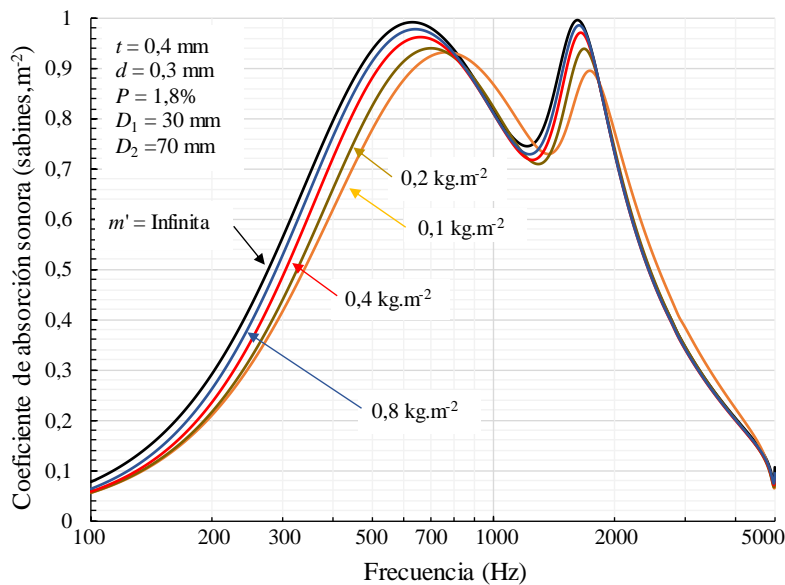


Figura 19. Sistemas dobles de un mismo diseño con diferentes densidades superficiales.

En ambas expresiones hay simplificaciones no efectuadas, solo para dejar más explícito la incorporación de los cosenos.

Como en el caso de una sola capa, la integración para obtener el coeficiente medio para un campo sonoro difuso se aproxima con integración numérica, considerando cinco ángulos de incidencia: 0, 30, 45, 60 y 75°, quedando la misma ecuación que antes.

En la Figura 20 se muestran los valores medidos en cámara reverberante en bandas de tercios de octavas de un sistema de un *foil* con separación $D = 100$ mm de la pared firme y un sistema de dos capas con el mismo material, separados entre sí por $D_1 = 30$ mm y separación

del interior con la pared, $D_2 = 100$ mm.¹¹ También, que el coeficiente de absorción es mayor para las mismas bandas de frecuencias.

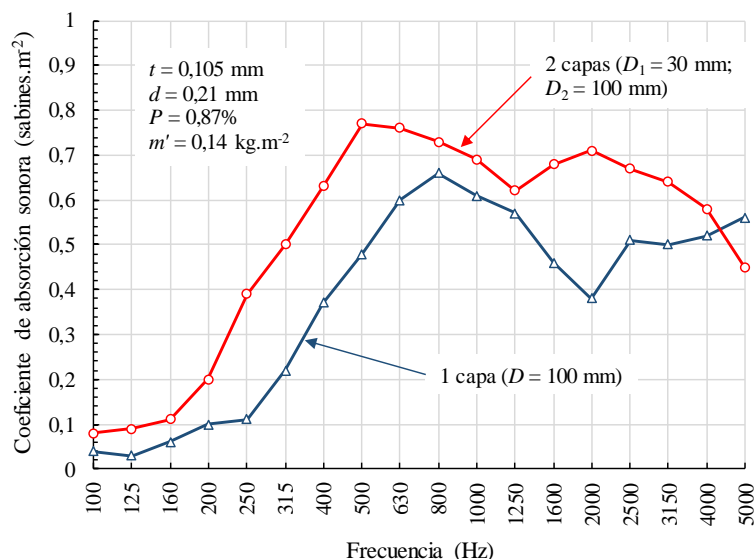


Figura 20. Valores medidos de absorción sonora para una muestra de un mismo foil, simple y doble.

Estas curvas pueden presentar diferencias con las previstas por el modelo, aunque sigan un mismo patrón, especialmente en el rango en el que se producen picos y valles en rangos estrechos. En el cálculo de la absorción en una banda que contiene uno de esos picos o valles, los valores extremos tienen poco peso relativo para “arrastrar” a la banda más arriba o más abajo. En estos casos, si solo se dispone de bandas se pierde los apartamientos importantes que sí pueden verse cuando se consideran frecuencias individuales como en el modelo.

En resumen, se puede prever el comportamiento absorbente de sistemas conformados por una o dos capas de placas microperforadas separadas a diferentes distancias de la superficie firme y entre sí (en el caso de dos capas), para incidencia normal u otros ángulos, e incidencia aleatoria del sonido, como una curva continua del coeficiente alfa con la frecuencia. El modelo utilizado es consistente con datos experimentales publicados.

Referencias

Giménez de Paz, Juan C. (2017). *Diseños acústicos para atenuación sonora*. Giménez de Paz Ediciones, San Antonio de Padua, Argentina. Capítulo 6.

¹¹ R.T. Randeberg (2000), *Perforated Panel Absorbers with Viscous Energy Dissipation Enhanced by Orifice Design*. Doctoral Thesis. Universidad Noruega de Ciencias y Tecnología. Trondheim, Noruega. Página 22. Medición en cámara reverberante de Fraunhofer Institut Bauphysik (Stuttgart, RFA).

XV Congreso Argentino de Acústica, AdAA 2017

Bahía Blanca, 23 y 24 de noviembre de 2017

Apéndice único

Coefficiente de absorción α y α_M en función de la frecuencia de un foil microperforado, considerando su densidad superficial (página 9),

$$\alpha = \frac{4 \frac{(rr' - \omega^2 mm'')(r + r') + [\omega(r'm + rm'')][\omega(m + m'')]}{(r + r')^2 + [\omega(m + m'')]^2}}{\left\{ 1 + \frac{(rr' - \omega^2 mm'')(r + r') + \omega(r'm + rm'')[\omega(m + m'')]^2}{(r + r')^2 + [\omega(m + m'')]^2} \right\} + \left\{ \frac{\omega(r'm + rm'')(r + r') - (rr' - \omega^2 mm'')[\omega(m + m'')]}{(r + r')^2 + [\omega(m + m'')]^2} - \text{ctg} \frac{\omega D}{c} \right\}^2}$$

$$\alpha_M = \frac{4 \frac{(rr' - \omega^2 mm'')(r + r') + [\omega(r'm + rm'')][\omega(m + m'')]}{(r + r')^2 + [\omega(m + m'')]^2}}{\left\{ 1 + \frac{(rr' - \omega^2 mm'')(r + r') + [\omega(r'm + rm'')][\omega(m + m'')]^2}{(r + r')^2 + [\omega(m + m'')]^2} \right\}}$$

r , componente real de la impedancia del sistema, relativa a la impedancia del aire (ρc).

r' , resistencia acústica específica normalizada, relativa a la impedancia del aire (ρc).

m , componente imaginaria de la impedancia del sistema, relativa a la impedancia del aire (ρc).

m'' , densidad superficial (m') del foil normalizada a la impedancia del aire ($m'' = m'/\rho c$).

D , separación del foil a la superficie firme (m).

c , velocidad del sonido en aire ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$).