

## XV Congreso Argentino de Acústica, AdAA 2017

Bahía Blanca, 23 y 24 de noviembre de 2017

AdAA2017-01

### Filtrado adaptativo de Lyapunov aplicado al control activo de procesos de ruido de banda ancha

Patricia N. Baldini<sup>(a)</sup>, Héctor R. Bambill<sup>(a)</sup>, Guillermo Friedrich<sup>(a)</sup>.

(a) Grupo Sitic, Departamento de Ingeniería Electrónica, Facultad Regional Bahía Blanca, Universidad Tecnológica Nacional. 11 de Abril 461, Bahía Blanca, Argentina. E-mail: {pnbaldi;gfried}@frbb.utn.edu.ar.

#### Abstract

The objective of active noise control is to reduce the sound pressure level in a given region of space. In this paper we present the results of applying to ducts an active control method oriented to broadband noise processes based on the Lyapunov theory. Using an adaptive filtering algorithm, the secondary signal is estimated to achieve cancellation. In these systems the interaction of rotating mechanical parts of components such as motors, blowers, compressors, with the shaft and with the air flow generates wide-band non-linear noise, which can be modeled as chaotic deterministic. Unlike LMS-based methods, the design is independent of the stochastic properties of noise, generally unknown, and stability is guaranteed in the Lyapunov sense. The effectiveness of the proposed control, compared with traditional methods, is verified by simulation.

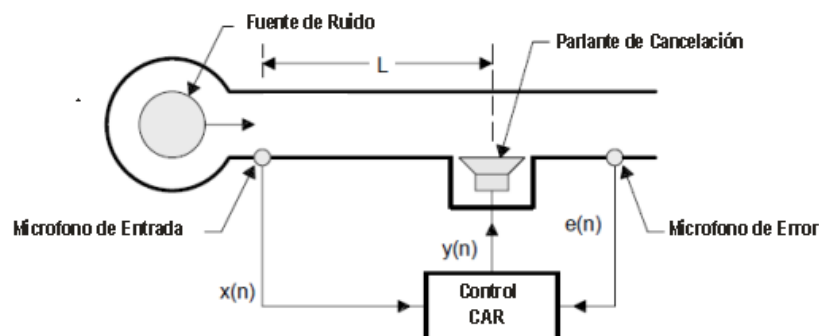
#### Resumen

El objetivo del control activo de ruido es reducir el nivel de presión sonora en una dada región del espacio. En este trabajo se presentan los resultados de aplicar a ductos un método de control activo orientado a procesos de ruido de banda ancha basado en la teoría de Lyapunov. Mediante un algoritmo de filtrado adaptativo se estima la señal secundaria para lograr la cancelación. En estos sistemas la interacción de partes mecánicas rotativas de componentes tales como motores, sopladores, compresores, con el eje y con el flujo de aire genera ruido no lineal de banda ancha, el cual puede modelarse como caótico determinístico. A diferencia de métodos basados en LMS, el diseño resulta independiente de las propiedades estocásticas del ruido, generalmente desconocidas, y la estabilidad se garantiza en el sentido de Lyapunov. La efectividad del control propuesto, comparado con métodos tradicionales, se verifica por simulación.

## Introducción

La contaminación acústica de baja frecuencia es muy común tanto en el entorno laboral como doméstico, y sus efectos fisiológicos y psicológicos, son sufridos por gran parte de la población debido a la facilidad que tienen para propagarse y a la poca efectividad de los sistemas pasivos para controlarlo.

En general, el control activo de ruido (CAR) se basa en el principio de la interferencia destructiva entre una fuente de ruido primario y una fuente secundaria, cuya salida acústica está gobernada por un controlador. La salida de la fuente secundaria debe estar en contrafase exacta con la onda acústica producida por la fuente primaria. Un sistema CAR típico para un conducto, se muestra en la Figura 1. Tales sistemas se basan generalmente en una estrategia de control de *feedforward* o de lazo abierto. El ruido de la fuente primaria se propaga a través del aire, desde la fuente primaria hacia la salida del ducto, como ondas planas. Un micrófono detecta las ondas de ruido incidente y proporciona la señal de entrada al controlador. El controlador envía una señal a la fuente secundaria, comúnmente un parlante, que está en contrafase con la perturbación. Otro micrófono registra los sonidos residuales y suministra al controlador una señal de error. Si bien no es posible obtener cancelación total, se logran grandes atenuaciones. Estos sistemas se implementan electrónicamente centrados, generalmente en un procesador digital de señal y deben ser adaptativos para poder adecuarse a las características no estacionarias del medio y las fuentes de ruido.



**Figura 1.** Esquema del CAR en ductos.

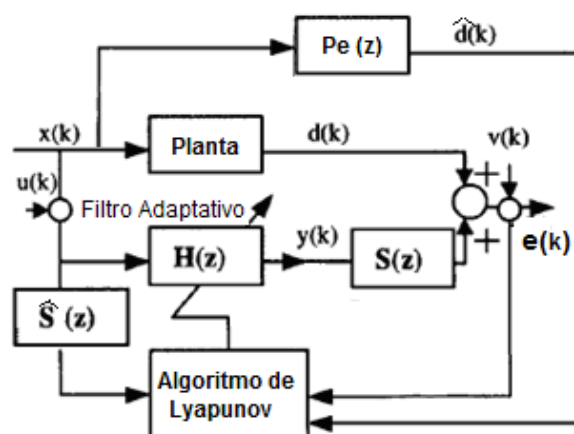
En la mayoría de los casos, se minimiza la varianza de la señal de error mediante el algoritmo LMS en el controlador del sistema CAR. Se ha probado que para que el filtro adaptativo involucrado converja adecuadamente, es necesario compensar la distorsión causada por los efectos del trayecto secundario. La razón es que la introducción de la función de transferencia del camino secundario,  $S(z)$  en un controlador que usa un LMS estándar generalmente provocará inestabilidad. La señal de error no está “alineada” correctamente en el tiempo con la señal de referencia, debido a la presencia de  $S(z)$ . Además,  $S(z)$  normalmente presenta características de fase no mínima, con un cero fuera del círculo unitario, lo que al invertir podría provocar inestabilidad. Esto condujo al desarrollo de una versión modificada de LMS, conocida como LMS con Filtrado-x (FxLMS). [1],[2]. Aunque FxLMS ofrece una estrategia de actualización simple, requiere del conocimiento de la estadística de los datos de entrada para elegir el tamaño de paso adecuado, especialmente cuando se emplea la identificación del trayecto secundario en línea. Para asegurar convergencia, el paso se elige pequeño, lo que hace el proceso lento con un pobre desempeño. La versión normalizada, FxNLMS [2] si bien converge con mayor velocidad para un rango de valores del paso

independiente de la estadística de datos, también se ve afectado por la existencia de perturbaciones y por los ruidos de medición en los sensores de referencia y error,  $x(k)$ ,  $e(k)$ .

En este trabajo se analiza un nuevo enfoque en el diseño de un algoritmo eficiente para el controlador de sistemas CAR, según de muestra en la Figura 2. Se consideran controladores basados en filtros transversales cuyos coeficientes se ajustan adaptativamente en base a una función de energía basada en el error de cancelación, en lugar de plantear una función objetivo. Siguiendo la teoría de estabilidad de Lyapunov se garantiza la convergencia asintótica a cero del error, sin necesidad de estimaciones del gradiente [3],[4]. El diseño es independiente de las propiedades estadísticas de las señales, generalmente desconocidas, y su complejidad computacional es comparable a la del algoritmo FxLMS. Presenta buena velocidad de convergencia y valor del error de estado estacionario muy próximo a cero. La estabilidad está garantizada por la teoría de Lyapunov aún en presencia del inevitable ruido de medida o de perturbaciones aleatorias. Los filtros diseñados bajo este concepto se han aplicado con muy buenos resultados en diferentes aplicaciones tales como ecualización, procesamiento de señales de voz, entrenamiento de redes neuronales en CAR [5]-[7].

Muchos de los procesos de ruido surgen de sistemas dinámicos no lineales por lo que se consideran fuentes primarias de ruido no lineal. En particular, el ruido en ductos es ocasionado por componentes tales como motores, sopladores, compresores. Las partes mecánicas rotativas producen componentes tonales mientras que la interacción de las partes rotativas con el eje y con el flujo de aire genera ruido de banda ancha. Los ruidos tonales, de banda angosta, son linealmente predecibles y, por lo tanto, más fácilmente atenuables. Entre los de banda ancha inherentes a la problemática planteada, el más representativo es el caótico no lineal que al ser determinístico también resulta predecible, aunque con mayor dificultad [8]-[12].

Se realizan varias experiencias de simulación como ejemplos para demostrar el rendimiento del esquema bajo estudio, siguiendo la bibliografía [8],[10]-[12]. Los caminos secundarios real y estimado se asumieron como filtros de respuesta al impulso finita (FIR), como un caso más general en comparación con el análisis convencional que considera solo un retardo puro [13],[14]. La metodología propuesta se puede extender fácilmente a otro tipo de filtros y sistemas.



**Figura 2.** Diagrama en bloques del CAR basado en algoritmos de Lyapunov.

# 1 Control activo de ruido adaptativo basado en la teoría de Lyapunov

## 1.1 Fundamentos del algoritmo

El diseño del controlador para el sistema de CAR basado en la teoría de estabilidad de Lyapunov (FxLY) representa un nuevo enfoque que no necesita estimaciones del gradiente y es independiente de las propiedades estocásticas de las señales tratadas. En lugar de plantear la optimización de una función objetivo dependiente del error de cancelación, se define una función de energía en el espacio de estados paramétrico con punto de equilibrio único en cero correspondiente a la mínima energía [3]. La correcta elección de la ley de actualización de los coeficientes del controlador garantiza que la función de energía decrezca sobre las trayectorias de estado, asegurando la convergencia asintótica a cero del error. Es decir que la selección de la función de Lyapunov y la ley de actualización de parámetros no son independientes. Para detalles de la teoría de estabilidad de Lyapunov referirse a [15].

Si se adopta una estructura de control *feedforward* de tipo FIR de orden  $N_c$ , la salida del controlador adaptativo será

$$y(k) = \mathbf{H}^T(k) \mathbf{x}(k), \quad (1)$$

donde  $\mathbf{H}^T(k) = [h_0(k) \ h_1(k) \ \cdots \ h_{N_c-1}(k)]$  y  $\mathbf{x}(k) = [x(k) \ x(k+1) \ \cdots \ x(k-N_c+1)]^T$

La medida de la señal de error, que se registra mediante un sensor de salida en cada instante de muestreo, es modelada por

$$e(k) = d(k) + \mathbf{S}^T \mathbf{y}(k) + v(k), \quad (2)$$

donde  $\mathbf{S}^T = [s_0 \ s_1 \ \cdots \ s_{N_s-1}]$  representa la respuesta al impulso del camino secundario real, de longitud  $N_s$ ,  $\mathbf{y}(k) = [y(k) \ y(k+1) \ \cdots \ y(k-N_s+1)]^T$  un vector de salidas del controlador y  $v(k)$  ruido de medida.

La función de energía adoptada tiene la forma  $V(k) = (\beta^k e(k))^2$  ( $\beta > 1$ ) [7] y la ecuación de actualización del vector de coeficientes del controlador será

$$\mathbf{H}(k) = \mathbf{H}(k-1) - \mathbf{g}(k) \alpha(k), \quad (3)$$

donde  $\mathbf{g}(k)$  es la ganancia de actualización y  $\alpha(k)$  representa la estimación a priori del error, según las expresiones

$$\mathbf{g}(k) = \frac{\hat{\mathbf{x}}(k)}{\left(\|\hat{\mathbf{x}}(k)\|^2\right)} \left[ 1 - \frac{|e(k-1)|}{\beta^k |\alpha(k)|} \right], \quad (4)$$

$$\alpha(k) = \hat{d}(k) + \mathbf{H}^T(k-1) \hat{\mathbf{x}}(k), \quad (5)$$

con  $\hat{d}(k) = \hat{\mathbf{P}}_e^T (\mathbf{x}(k) + \mathbf{u}(k))$  la estimación de la salida del camino primario;  $\hat{\mathbf{P}}_e$  es la estimación de la respuesta al impulso del camino primario;  $\hat{\mathbf{x}}(k) = \hat{\mathbf{S}}^T (\mathbf{x}(k) + \mathbf{u}(k))$ ;  $\hat{\mathbf{S}}$  es la estimación de la respuesta al impulso del camino secundario y  $\mathbf{u}$  es ruido de medida en el

sensor de fuente. Se ha supuesto que los coeficientes de controlador varían lentamente de modo que es válida la suposición:  $\mathbf{H}^T(k)\hat{\mathbf{x}}(k) \approx \hat{\mathbf{S}}^T(\mathbf{H}^T(k)\mathbf{x}(k))$ .

Con la función de Lyapunov adoptada, el error de cancelación converge exponencialmente a cero siguiendo una ley [7]

$$|e(k)| = \beta^{-\frac{k(k+1)}{2}} |e(0)|. \quad (6)$$

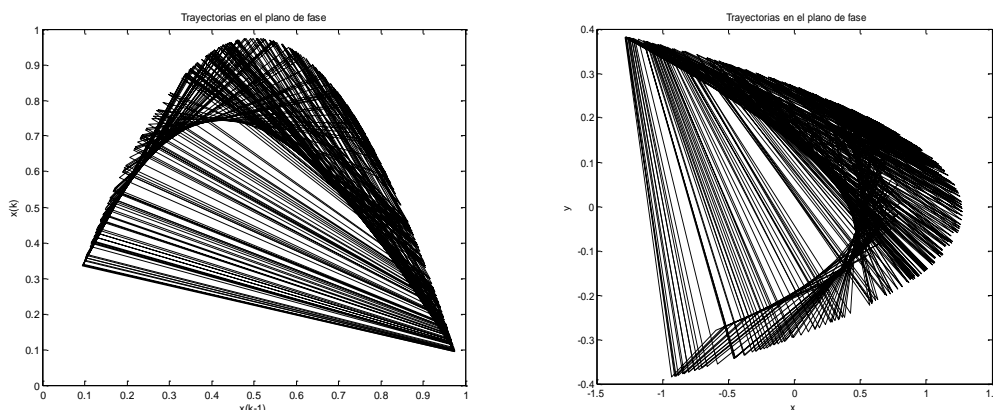
La expresión de la ganancia de actualización (4) presenta problemas de singularidades, de modo que se introducen constantes  $\lambda_i \ll 1$  para evitar inconvenientes numéricos cuando la señal o el error se aproximan a cero :

$$\mathbf{g}(k) = \frac{\hat{\mathbf{x}}(k)}{\left(\|\hat{\mathbf{x}}(k)\|^2 + \lambda_1\right)} \left[ 1 - \kappa \frac{|e(k-1)|}{\beta^k |\alpha(k)| + \lambda_2} \right]. \quad (7)$$

Estas constantes traen como consecuencia la convergencia a un entorno de cero tanto más pequeño cuanto mas lo sean las constantes consideradas.

## 1.2 Procesos de ruido no lineal

El ruido generado por sistemas dinámicos como ventiladores o superficies aerodinámicas suele ser de naturaleza caótica. La manera más sencilla de establecer la naturaleza caótica de una señal es un gráfico de trayectorias en el plano de fase, de la muestra de ruido con respecto a sus muestras retardadas en un sistema de primer orden, o de una variable de estado en función de la otra en un sistema de segundo orden. Para una señal caótica, los puntos en el espacio de fase muestran un patrón particular, con una trama de órbitas densa, acotadas, que no resultan aleatorias ni se repiten periódicamente [11]. La figura 3 muestra estos gráficos para ruido Logístico y de Henon. El mapa de Henon tiene una autocorrelación similar a la del ruido blanco gaussiano. Como son señales no lineales y determinísticas, se las puede generar, a efectos de la simulación, mediante ecuaciones de estado no lineal bastante simples. De todos modos, son difíciles de predecir a largo plazo por su sensibilidad a las condiciones iniciales.



**Figura 3.** Diagrama de fase de ruido logístico 1 y de Henon.

Las series de tiempo caóticas empleadas en este trabajo se obtienen mediante los algoritmos recurrentes:

-Ruido de primer orden  $n$ -logístico

$$x(k+1) = r x(k-n)[1-x(k-n)] \tag{8}$$

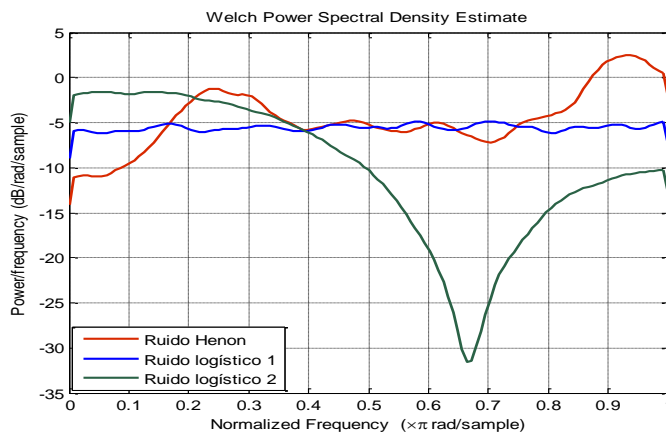
donde  $n \geq 1$ , particularmente  $n = 1$  y  $2$ ,  $r = 4$  y la o las  $n$  condiciones iniciales se fijan en 0.9 mas un factor aleatorio.

-Ruido de segundo orden Henon, donde ambas variables constituyen secuencias caóticas

$$\begin{aligned} x(k+1) &= 1 - a x(k)^2 + b y(k) \\ y(k+1) &= b x(k) \end{aligned} \tag{9}$$

donde  $a = 1.4$ ,  $b = 0.3$  y las condiciones iniciales se adoptan como -0.1 y 0.1.

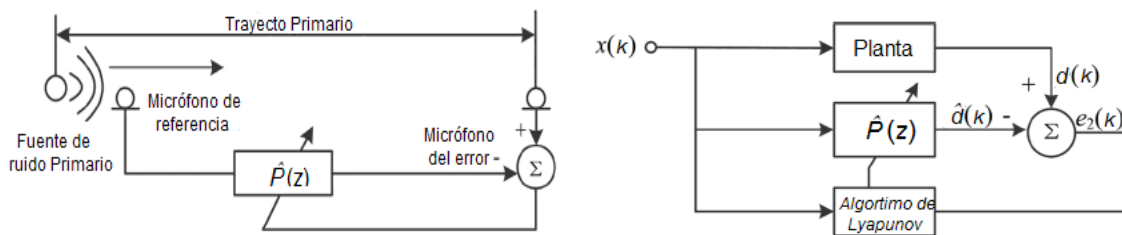
El espectro de potencia de señales caóticas se corresponde con un espectro de banda ancha, sin frecuencias predominantes, aunque puede contener picos correspondientes a frecuencias características del sistema. En la figura 4 se muestran gráficos de las densidades espectrales de potencia en función de la frecuencia normalizada, estimadas mediante el método de Welch, para ruido logístico 1 y 2 y de Henon de potencia unitaria. Se observa claramente que ambos son ruidos de banda ancha.



**Figura 4.** Densidad espectral de potencia de ruido logístico tipo 1 y 2 y de Henon.

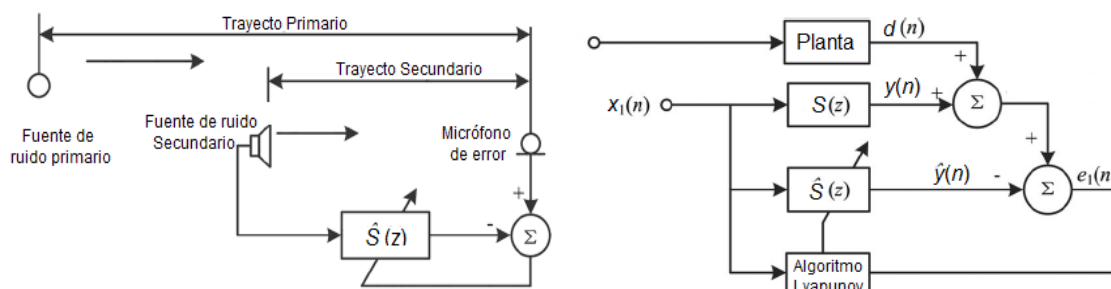
### 1.3 Esquema del control activo de ruido

El esquema de control propuesto requiere de estimaciones iniciales del las respuestas al impulso de los trayectos primario y secundario,  $\hat{P}(z)$  y  $\hat{S}(z)$  respectivamente.



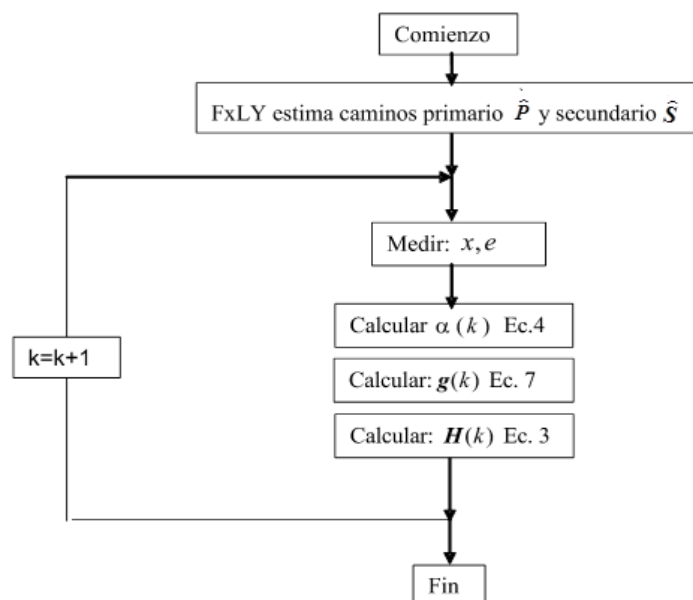
**Figura 5.** Sistema y diagrama en bloques del modelado *off-line* del trayecto Primario.

Esto se realiza *off-line*, asumiendo que los sistemas son estacionarios, según se muestra en los esquemas de las figuras 5 y 6.



**Figura 6.** Sistema y diagrama en bloques del modelado *off-line* del trayecto Secundario.

Un diagrama de flujo esquemático del algoritmo completo, con las estimaciones iniciales y el control adaptativo, se muestra en la figura 7.



**Figura 7.** Diagrama de flujo esquemático del algoritmo de control

## 2 Experimentos de simulación

Para evaluar, en primera instancia, la performance del algoritmo de control bajo estudio, se desarrollan una serie de experiencias de simulación en ambiente Matlab. En todo caso se supone que, por diseño, no existe realimentación acústica. Se adoptan los modelos simplificados de uso corriente en la bibliografía para representar los trayectos reales primario y secundario [8],[10]-[12] y se consideran los errores estimación ( $\hat{S}(z) \approx S(z)$ ). El período de muestreo adoptado fue de 0.1 *mseg* ya que las frecuencias máximas a considerar son del orden de 1KHz. En todos los casos, el controlador adoptado es un filtro FIR de longitud  $L_c=15$ . Los procesos de ruido no lineal se normalizan de modo que su potencia resulta unitaria. El ruido de medida en los sensores se toma del orden del 10%.

La efectividad de la cancelación se comprueba por comparación con la obtenida mediante el algoritmo FxNLMS. Con la media del error cuadrático promedio normalizado (ecp) de una serie de 50 pruebas independientes, se verifican las propiedades de convergencia.

Mediante la densidad espectral de potencia (DEP), estimada mediante el método de Welch, se analiza el nivel relativo de cancelación en frecuencia. El error cuadrático medio normalizado (NMSE) muestra el desempeño temporal relativo [10]-[12].

### 2.1 Primera experiencia

En esta experiencia se consideran como fuentes de ruido primario tanto un proceso logístico tipo 1 ( $n = 1$ ), y como un mapa de Henon generados según las ecuaciones (8) y (9). Siguiendo las referencias indicadas anteriormente, el modelo para representar el trayecto primario real se toma como un filtro FIR representado mediante la función transferencia de fase no mínima (FNM)  $P(z) = z^{-5} - 0.3 z^{-6} + 0.2 z^{-7}$ . De igual modo, el trayecto secundario real se considera de fase mínima con un modelo de función transferencia dado por  $S(z) = z^{-2} + 0.5 z^{-3}$ . El camino secundario estimado se computa con el método propuesto, incluyendo ruido de medida en el modelo de la señal de error registrado por el sensor de salida. Se emplea a tal efecto un filtro FIR de longitud  $L_s = 15$ .

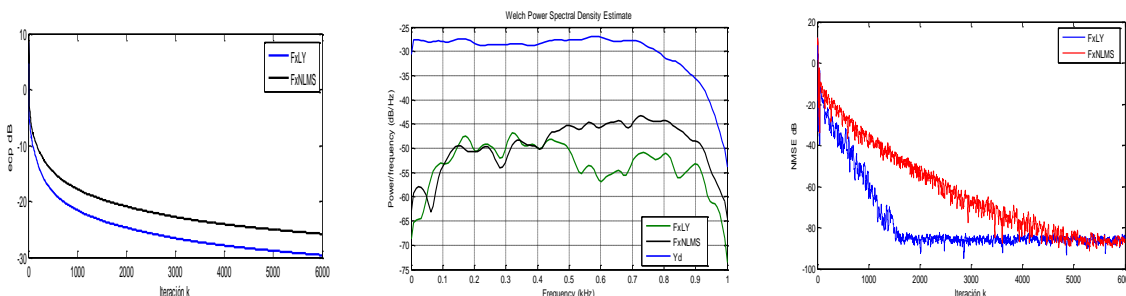


Figura 8. E<sub>1</sub>: Comparación de los algoritmos FxLY y FxNLMS para ruido logístico 1.

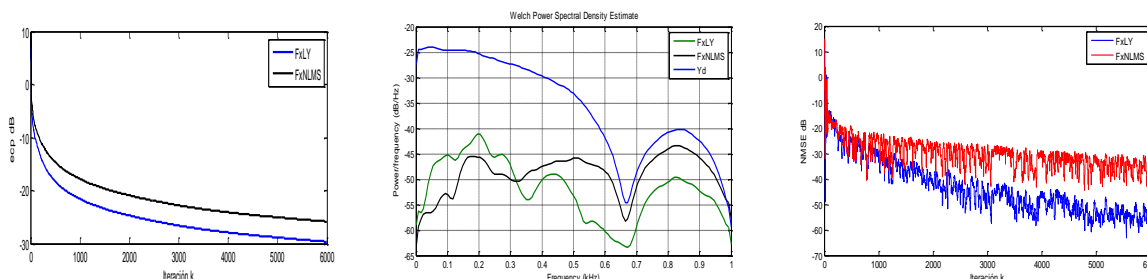


Figura 9. E<sub>1</sub>: Comparación de los algoritmos FxLY y FxNLMS para ruido logístico 2.

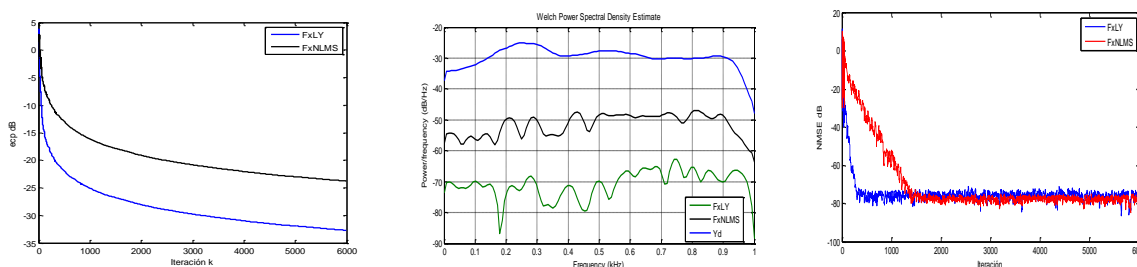


Figura 10. E<sub>1</sub>: Comparación de los algoritmos FxLY y FxNLMS para ruido tipo Henon.

En las figuras 8-10 se ve el buen comportamiento del algoritmo de control, para los tres tipos de ruido no lineal considerados, tanto en la curva de convergencia (ecp), como en frecuencia y en NMSE. Los parámetros considerados fueron  $\kappa=0.1$ ,  $\beta=5$  en todo caso. Para el algoritmo



FxNLMS fue necesario cambiar el valor del tamaño del paso, de  $\mu= 0.005$  a  $0.01$  para garantizar convergencia en el caso de ruido de Henon.

### 2.2 Segunda experiencia

En este caso, se utilizan los mismos procesos de ruido y la misma función transferencia del trayecto primario que en la primera experiencia. De todos modos, el trayecto secundario se adopta de FNM con función transferencia  $S(z) = z^{-2} + 1.5 z^{-3} - z^{-4}$ .



Figura 11. E<sub>2</sub>:Comparación de los algoritmos FxLY y FxNLMS para ruido logístico 1.

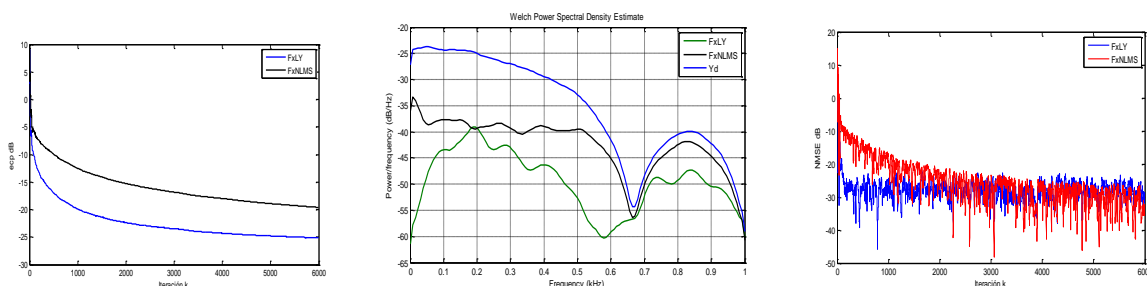


Figura 12. E<sub>2</sub>:Comparación de los algoritmos FxLY y FxNLMS para ruido logístico 2.

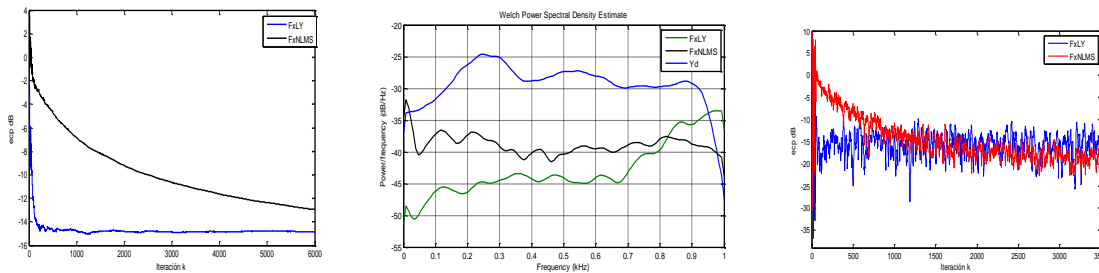


Figura 13. E<sub>2</sub>:Comparación de los algoritmos FxLY y FxNLMS para ruido tipo Henon.

En las figuras 11 a 13 se observa que la convergencia es notablemente más rápida y mucho menos sensible a cambios en los parámetros de ajuste, en relación a FxNLMS, si bien la atenuación de ruido obtenida luego de la convergencia es levemente inferior. En cuanto a la DEP presenta una mayor atenuación en un amplio rango de frecuencias. El parámetro  $\mu$  se debió cambiar a  $0.0025$ .

### 3 Conclusiones

En este trabajo se analiza la performance de una estrategia de control adaptativo para la atenuación de ruido unidimensional, basada en la teoría de estabilidad de Lyapunov. Los filtros diseñados bajo esta teoría han sido ampliamente usados pero no en lo que respecta a CAR. Resulta un diseño independiente de las propiedades estadísticas de las señales con complejidad computacional comparable a la del algoritmo de uso más difundido, FxLMS.

Las simulaciones realizadas constituyen un primer abordaje a la aplicación a CAR de este tipo algoritmos. Por comparación con el algoritmo FxNLMS cuyo comportamiento es altamente dependiente del tamaño del paso, permiten comprobar buenas propiedades de convergencia. Además se verifica que se logra el objetivo planteado de atenuar eficazmente ruido no lineal de banda ancha para diversos tipos de perturbaciones de tipo caótico. Se destaca que se analizaron sistemas tanto de fase mínima como no mínima y se incluyeron los desajustes en la estimación de los modelos de los trayectos y errores de medida. Esto nos permite esperar buenos resultados en la siguiente etapa que consistirá en la implementación, basada en un DSP, para su prueba sobre un prototipo de laboratorio del ducto.

## Referencias

- [1] Kuo, Sen M.; Morgan, Dennis, R. (2000) *Review of DSP Algorithm for Active Noise Control*. Proceeding IEEE International Conference on Control Application, AK, USA.
- [2] Kajikawa, Yoshinobu; Gan, Woon-Seng; Kuo, Sen M. (2012). *Recent advances on active noise control: open issues and innovative applications*. Cambridge Press. SIP (1) e3, 1-21. *On line*: <https://www.cambridge.org/core/service/aop-cambridge-core/content/view/9E27156562A24026ECD6F6A49A54F53A/52048770312000042a.pdf>.
- [3] Mengüç, Engin C.; Acir, Nurettin. (2015) *A Novel Adaptive Filter Design Using Lyapunov Stability Theory*. Journal of Electrical Engineering & Computer Science (23), 719-728.
- [4] Seng, Phooi K; Man, Zhihong; Wu Hong R. (2002). *Lyapunov Theory Based Radial Basis Function Networks for Adaptive Filtering*. IEEE Transaction on Circuits and Systems-I: Fundamental Theory and Applications (49) 8, 1215-1220.
- [5] Wu, Cai Y. (2012) *Speech Enhancement System Based on Lyapunov FXLMS Algorithm*. Advanced Materials Research (493), 1670-1674.
- [6] Seng, Phooi K.; Man, Zhihong; Wu, Hong R. (2000) *Nonlinear Active Noise Control Using Lyapunov Theory and RBF Network*. Proceeding of X IEEE Neural Networks for Signal Processing X, Sydney, Australia. 916-925.
- [7] Zhao, Haiquan; Zhang, Jiashu. (2008) *Filtered-s Lyapunov Algorithm for Active Noise Control of Nonlinear Noise Processes*. Proceeding of International Conference on Signal Processing (ICSP), Beijing, China. 311-314.
- [8] Das, Debi Prasad; Panda, Ganapati (2004). *Active Mitigation of Nonlinear Noise Processes*. IEEE Transaction on Speech and Audio Processing (12) 3, 313-322.
- [9] Luo, Lei; Sun, Jinwei; Bai, Zonglong (2017). *An Adaptive Recursive Feedback Active Noise Control for Chaotic Noise*. Proceeding of 3<sup>rd</sup> International Conference on Control, Automation and Robotics. Nagoya, Japan. 423-427.
- [10] Tan, Li; Jiang, Jean.(2001) *Adaptive Volterra Filters for Active Control of Nonlinear Noise Processes*. IEEE Transaction on Signal Processing (49) 8, 1667-1676.
- [11] Behera, Suman Bala; Das, Debi Prasad; Rout, Nirmal Kumar.(2014) *Nonlinear feedback Active Noise Control for broadband chaotic noise*. Applied Soft Computing. Vol 15. 80-87.
- [12] Behera, Suman Bala; Das, Debi Prasad; Subudhi, Bidyadhar.(2014) *Functional Link Artificial Neural Network Applied to Active Noise Control of a Mixture of tonal and Chaotic Noise*. Applied Soft Computing (23), 51-60.
- [13] Sun, Jia; Sun, Chang-Yin; Yu, Yao (2016). *Active Noise Control Using STF for Time-vary Delay Estimation in Secondary Path Based on AFxLMS*. Proceeding of World Congresses on Intelligent Control and Automation (WCICA), Guilin, China, 3346-3352.
- [14] Jones, R. W.; Olsen, B. L.; Mace, B.R. (2007). *Comparison of Convergence Characteristics of Adaptive IIR and FIR filters for ANC in a Duct*. Applied Acoustics (68) 729-738.
- [15] Vidyasagar, Mathukumalli (1993). *Nonlinear Systems Analysis*. Cap. 5. 2<sup>nd</sup> Ed. Prentice Hall, New Jersey, USA.